

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [略解](#)

応用数理 B

樋口さぶろお¹ 配布: 2010-10-05 Tue 更新: Time-stamp: "2010-10-05 Tue 06:57 JST hig"

1 略解:座標変換

1.1 略解:動径方向の運動方程式

$$\begin{aligned} \text{(動径方向)} \quad m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) &= -\frac{\partial U}{\partial r} \\ \text{(角度方向)} \quad m\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) &= -\frac{\partial U}{\partial \theta} \end{aligned}$$

2 オイラー-ラグランジュの運動方程式

今日の目標

1. 日本語による状況の説明が与えられたとき、ラグランジアンを書けるようになるう。
2. ラグランジアンからオイラー-ラグランジュの運動方程式を導けるようになるう。

復習事項

2.0.1 力学的エネルギー保存則

力学

$$\begin{aligned} \text{運動エネルギー} \quad K(\dot{\mathbf{r}}) &= \frac{1}{2}m|\dot{\mathbf{r}}|^2, \\ \text{位置 (ポテンシャル) エネルギー} \quad U(\mathbf{r}) &= (\text{問題によって異なる}) \end{aligned}$$

のとき

$$\text{力学的エネルギー} \quad E = K(\dot{\mathbf{r}}(t)) + U(\mathbf{r}(t)) = \text{定数 (時間 } t \text{ によらない)}$$

¹Copyright ©2010 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

2.0.2 極座標

先週

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$\dot{x} = \dot{r} \cos \theta - r \sin \theta \dot{\theta}$$

$$\dot{y} = \dot{r} \sin \theta + r \cos \theta \dot{\theta}$$

2.1 quiz:オイラー-ラグランジュの方程式 (放物運動)

質量 m の物体が鉛直下向きの重力を受けて運動する. 重力加速度の大きさを g とする. x 軸を水平方向に, y 軸を鉛直上向きにとる.

1. ラグランジアン $L(x, y, \dot{x}, \dot{y})$ を求めよう.
2. オイラー-ラグランジュの運動方程式を求めよう.

2.2 quiz:オイラー-ラグランジュの方程式 (重力+ばね)

天井から質量 m の物体を, ばね定数 k , 自然長 l のばねでつるす. 重力加速度の大きさを g とする.

天井を原点とし, 鉛直下向きに座標 x をとる.

1. ラグランジアン $L(x, \dot{x})$ を求めよう.
2. オイラー-ラグランジュの運動方程式を求めよう.

次回の予習ポイント

- 斜面
- 連成振動 (現象の数学 B, 受講した 4 年生は)

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [略解](#)