応用数理 B

樋口さぶろお[1] 配布: 2010-10-19 Tue 更新: Time-stamp: "2010-10-18 Mon 17:49 JST hig"

3 略解:一般化座標に対するオイラー-ラグランジュの運動方程式

3.1 略解:ばね振り子

1. $L(r,\theta,\dot r,\dot\theta)=\frac{1}{2}m(\dot r^2+(r\dot\theta^2))-(\frac{1}{2}k(r-\ell)^2-mgr\cos\theta)$.
2.

$$
\begin{aligned}
m\ddot r =& mr\dot\theta^2-k(r-\ell)+mg\cos\theta\\
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(mr^2\dot\theta) =& -mgr\sin\theta
\end{aligned}
$$

4 ハミルトンの変分原理

今日の目標

1. ハミルトンの変分原理の思想を説明できるようになろう
2. 拘束つきの問題をオイラー-ラグランジュの運動方程式で解けるようになろう

4.1 quiz:ラグランジアンの変数変換

1. 授業でやった, 斜面をすべる物体のラグランジアン $L(y,\dot y)$ を, 水平方向の座標 x で書き換えて $L(x,\dot x)$ を作ろう. オイラー-ラグランジュの運動方程式を導き, 解こう.
2. 授業でやった, 斜面をすべる物体のラグランジアン $L(y,\dot y)$ を, 斜面で沿った座標 z で書き換えて $L(z,\dot z)$ を作ろう. オイラー-ラグランジュの運動方程式を導き, 解こう.

4.2 quiz:ラグランジアンの変数変換

2 次元の直交座標 (x,y) で書かれたラグランジアン $L(x,y,\dot x,\dot y)=\frac{1}{2}m(\dot x^2+\dot y^2)+a\sqrt{x^2+y^2}$ を, 極座標 (r,θ) で書き換えよう.

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

4.3 quiz:ラグランジアンの変数変換

物体の 2 次元平面上の運動を, 極座標 (r, θ) をとって考える.

物体は $\theta = \omega t$ の直線上に拘束されている (ω は定数, t は時刻. 原点を中心に回転する直線のレールの上に乗ってるようなもの). それ以外には力はうけていない.

1. ラグランジュの未定乗数 $\lambda(t)$ を利用して, ラグランジアンを書こう.
2. オイラー-ラグランジュの運動方程式を導こう.
3. 時刻 $t = 0$ には, 物体は $(a, 0)$ に静止していた. 運動方程式を解こう.

予習復習問題をやろう!

明日水曜日の昼から来週月まで e ラーニングシステムで公開するのでやってね〜

目次 前回 次回 略解