応用数理 B

樋口さぶろお[1] 配布: 2010-12-14 Tue 更新: Time-stamp: "2010-12-14 Tue 19:26 JST hig"

9 略解:固定点をもつ剛体の回転

9.1 再出題予定

9.2 略解:慣性モーメント, 慣性乗積

1. 8 個の物体がすべて同じ寄与を与える. $I_{11} = m((\pm b)^2 + (\pm c)^2) \times 8 = 8m(b^2 + c^2)$. $I_{22} = 8m(c^2 + a^2)$.
2. $z = \pm c$ の 2 個の物体は同じ寄与を与える. $I_{12} = m((+a)(+b) + (+a)(-b) + (-a)(+b) + (-a)(-b)) \times 2 = 0$.
3. $I = \begin{pmatrix} 8m(b^2+c^2) & 0 & 0 \\ 0 & 8m(c^2+a^2) & 0 \\ 0 & 0 & 8m(a^2+b^2) \end{pmatrix}$

10 慣性主軸

今日の目標

- 固定点のある剛体の回転運動のエネルギーを求められる.
- 慣性テンソルを計算できる
- 慣性主軸と主慣性モーメントを求められる

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

復習事項

10.0.1　慣性テンソル．慣性モーメント．慣性乗積

$$
\begin{aligned}
\text{慣性テンソル}\ I &= \begin{pmatrix} +I_{11} & -I_{12} & -I_{13} \\ -I_{21} & +I_{22} & -I_{23} \\ -I_{31} & -I_{32} & +I_{33} \end{pmatrix} \\
\text{慣性モーメント}\ I_{11} &= \sum_i m^i((x_2^i)^2 + (x_3^i)^2) \\
I_{22} &= \sum_i m^i((x_1^i)^2 + (x_3^i)^2) \\
I_{33} &= \sum_i m^i((x_1^i)^2 + (x_2^i)^2) \\
\text{慣性乗積}\ I_{12} = I_{21} &= \sum_i m^i x_1^i x_2^i \\
I_{23} = I_{32} &= \sum_i m^i x_2^i x_3^i \\
I_{13} = I_{31} &= \sum_i m^i x_3^i x_1^i
\end{aligned}
$$

10.1　quiz:慣性モーメント，慣性乗積

長方形の 4 頂点 $(\pm\frac{1}{2}a, \mp\frac{\sqrt{3}}{2}a, 0)$, $(\pm a, 0, 0)$ $(a > 0)$ に，それぞれ質量 m の物体が置かれ，軽い棒で連結されている．これを剛体とみなす．原点のまわりの慣性テンソルを考える．

1. 慣性モーメント I_{11}, I_{22}, I_{33} を求めよう．
2. 慣性乗積 I_{12}, I_{13}, I_{23} を求めよう．
3. 慣性テンソルを求めよう．
4. 慣性テンソルを直交行列で対角化しよう．対角化行列はどれだけの角の回転に相当するか．

予習復習問題をやろう!

明日水曜日の昼から来週月まで e ラーニングシステムで公開するのでやってね〜

目次 前回 次回 略解