応用数理 B

樋口さぶろお[1] 配布: 2011-01-18 Tue 更新: Time-stamp: "2011-01-18 Tue 19:04 JST hig"

13 略解:オイラー方程式とその解

13.1 略解:オイラー方程式の解

オイラー方程式は

$$\begin{aligned}2\dot{\omega}_1 &= (4-4)\omega_2\omega_3,\\ 4\dot{\omega}_2 &= (4-2)\omega_3\omega_1,\\ 4\dot{\omega}_3 &= (2-4)\omega_1\omega_2.\end{aligned}$$

初期条件より $\omega_1(t) = \omega_1(0) = 5$. よって,

$$\begin{aligned}4\dot{\omega}_2 &= 2\cdot 5\cdot \omega_3,\\ 4\dot{\omega}_3 &= -2\cdot 5\cdot \omega_2.\end{aligned}$$

ω_2 を消去すると,

$$\ddot{\omega}_3 = -(\tfrac{10}{4})^2\omega_3.$$

よって,

$$\begin{aligned}\omega_3(t) =& A\cos\tfrac{5}{2}t + B\sin\tfrac{5}{2}t,\\ \omega_2(t) =& \tfrac{10}{4}\cdot\tfrac{5}{2}(-A\sin\tfrac{5}{2}t + B\cos\tfrac{5}{2}t).\end{aligned}$$

初期条件より,

$$\begin{aligned}\omega_3(t) =& 4\cos\tfrac{5}{2}t + \tfrac{12}{25}\sin\tfrac{5}{2}t,\\ \omega_2(t) =& \tfrac{10}{4}\cdot\tfrac{5}{2}(-4\sin\tfrac{5}{2}t + \tfrac{12}{25}\cos\tfrac{5}{2}t).\end{aligned}$$

まとめると,

$$\boldsymbol{\omega}(t) = (5, \tfrac{10}{4}\cdot\tfrac{5}{2}(-4\sin\tfrac{5}{2}t + \tfrac{12}{25}\cos\tfrac{5}{2}t), 4\cos\tfrac{5}{2}t + \tfrac{12}{25}\sin\tfrac{5}{2}t).$$

13.2 略解:慣性主軸と慣性モーメント

x_1 軸は円柱の軸と平行にとれる. x_2, x_3 軸は x_1 軸と直交する平面内で, 互いに直交していれば自由にとれる. x_1, x_2, x_3 軸の順番は自由だが, この順序のとき, $I_1 < I_2 = I_3$.

---

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.