# 微積分♪演習 (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお[1] 配布: 2007-01-10 Wed 更新: Time-stamp: "2007-01-10 Wed 06:50 JST hig"

## 13 多変数の積分の変数変換

### 13.1 お奨め問題

1. $(x, y) = (-1, -\sqrt{3})$ を極座標 $(r, \theta)$ で表そう. $(r, \theta) = (1, \frac{1}{6}\pi)$ を直交座標で表そう.
2. 次の直交座標 $(x, y)$ で書かれた定積分を, 変数変換で極座標 $(r, \theta)$ に移ることによって求めよう. $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \quad D = \{(x, y) | 1 \leqq x^2 + y^2 \leqq 4\}.$
3. 公式 $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x = \sqrt{\pi}$ と置換積分 $t = \sqrt{a}\,x$ を利用して, 定積分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-ax^2}\,\mathrm{d}x$ ($a > 0$ は定数) を求めよう.

### 13.2 極座標での積分

次の直交座標 $(x, y)$ で書かれた定積分を, 変数変換で極座標 $(r, \theta)$ に移ることによって求めよう.

1. $\iint_D x\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \quad D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leqq 1, x \geqq 0, y \geqq 0\}.$
2. $\iint_D y\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \quad D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leqq 1, y \geqq |x|\}.$
3. $\iint_D \frac{1}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y, \quad D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leqq 1\}.$

### 13.3 復習＋$\alpha$:ガウス積分

ガウス積分の公式 $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x = \sqrt{\pi}$ を (必要なら) 利用して, 次の定積分, 不定積分を求めよう

1. 定積分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-ax^2+bx+c}\,\mathrm{d}x$. ($a > 0, b, c$ は定数) *Hint.* $-ax^2 + bx + c$ を平方完成して置換積分.
2. 不定積分 $\int x \cdot \mathrm{e}^{-ax^2}\,\mathrm{d}x$. ($a > 0$ は定数) *Hint.* そのまま置換積分.

---


hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), tel: 0775437514 数理情報学科へや:1 号館 5 階 502.

3. 定積分 $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x^2\, \mathrm{e}^{-ax^2}\, \mathrm{d}x$. ($a > 0$ は定数). *Hint.* $x$ と $x\,\mathrm{e}^{-ax^2}$ に分けて部分積分, 上の結果も使う.

## 13.4　一般の変数変換とヤコビアン

次の直交座標 $(x, y)$ で書かれた定積分を, 適当な変数変換で求めよう.

1. $\displaystyle\iint_D x\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y, \quad D = \{(x, y) | 0 \leqq x-y \leqq 1, 0 \leqq x+y \leqq 1\}$. *Hint.* $u = x-y, v = x+y$.
2. $\displaystyle\iint_D (x + y)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y, D = \{(x, y) | 0 \leqq x + y \leqq 1, 0 \leqq y \leqq 1\}$. *Hint.* $u = x + y, v = y$.

## 教科書のお奨め問題

薩摩 p.181 演習問題 [1][2]

# お知らせ

## ファイナルトライアルやります!

外部記憶ペーパー使えます (ファイナルトライアル案内を参照してください). 次の 5(大) 問を出題します.

1. 1 変数関数のテイラー展開/級数 (近似は出題しません)
2. 2 変数関数の停留点を求めたり, 2 変数関数のの 2 次のテイラー展開を求めたりする問題 (極大極小の判定は出題しません)
3. 置換積分, 部分積分などを用いて 1 変数関数の定積分/不定積分を求める問題
4. $x, y$ の累次積分を用いて平面上の領域における 2 変数関数の積分を求める問題
5. 極座標やその他の座標系に座標変換して平面上の領域における 2 変数関数の積分を求める問題 (極座標のヤコビアンは導かないで使っていいです)

このように, 主な出題範囲は授業の後半ですが, 問題を解くためには, 当然, その前の部分の知識も必要になります.

目次 前回 次回 今回の解答