

微積分 演習(略解) (情報メディア学科1年次科目)

樋口さぶろお¹ 配布: 2006-11-01 Wed 更新: Time-stamp: "2006-12-14 Thu 07:55 JST hig"

5 テイラー展開

この回は臨時に ' $f(x) = e^x$ の $x = 0$ における2次のテイラー展開は $g(x) = 1 + x + \frac{1}{2}x^2$ ' という言い方をしていましたが, 次回から, ' $f(x) = e^x$ の $x = 0$ における2次のテイラー展開は $e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + O(x^3)$ ' という言い方に变化しましたので注意.

5.1 お奨め問題

略解

1. $f^{(n)}(0) = \frac{1}{2}(1 + (-1)^n)$.
2. 接線 $y = 10(x - 1) + 7$. 接放物線 $y = 7 + 10(x - 1) + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot (x - 1)^2$.
3. $g(x) = -1 + \frac{4}{2!}(x - \frac{1}{2}\pi)^2 + \frac{-16}{4!}(x - \frac{1}{2}\pi)^4$.

5.2 接放物線

次の関数 $f(x)$ の, 指定された点での接放物線を求め, $y = f(x)$ と接放物線のグラフを描こう(すごく正確でなくてもよい)

略解

1. $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$
2. $g(x) = 0 + 6(x - \sqrt{3}) + \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{3}(x - \sqrt{3})^2 = 3\sqrt{3}(x - \frac{2}{\sqrt{3}})^2 - \sqrt{3}$.
3. $g(x) = 2 + 0 \cdot (x + 1) + \frac{1}{2}(-6)(x + 1)^2 = -3(x + 1)^2 + 2$.

5.3 テイラー展開

略解

1. $g(x) = x + \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5$.
2. $g(x) = 1 + \frac{1}{e}(x - e) + \frac{1}{2!} \frac{-1}{e^2}(x - e)^2 + \frac{1}{3!} \frac{2}{e^3}(x - e)^3$.
3. $g(x) = -(x - \pi) + \frac{1}{3!}(x - \pi)^3 - \frac{1}{5!}(x - \pi)^5$.

¹Copyright ©2003-2006 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

略解

1. $g(x) = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3.$

2. $g(x) = x + \frac{1}{6}x^3.$

3. $g(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{b}{a}x + \frac{3}{8}\left(\frac{b}{a}\right)^2x^2 - \frac{5}{16}\left(\frac{b}{a}\right)^3x^3\right).$

4. $g(x) = x + \frac{1}{6}x^3.$

5. $g(x) = 1 - x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3.$

