

微積分 演習 (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお¹ 配布: 2003/10/08 Wed 更新: Time-stamp: "2003/10/15 Wed 11:28 hig"

情報メディア学科のチューター

各科目の内容, 勉強のしかたなど, 何でも質問にお答えします. 予約不要, 無料です.

前直弘さん (プルート) 1 号館 6 階 1-615 号室.

水曜日 12:00–13:00

金曜日 14:00–15:00

時間は都合により変わることがあります.

もちろん, 微積分 演習に関することは樋口に質問してもらってもいいです. 部屋は 1-508, 週間予定は Web にあります.

3 複素平面とオイラーの公式

3.1 実部, 虚部, 絶対値, 偏角

1. 複素数 $z = 1 + \sqrt{3}i$ の絶対値と偏角を求めよう.
2. 複素数 $z = e^{2 + \frac{\pi}{6}i}$ の実部と虚部を求めよう.
3. 複素数 $z = (1 + i)(1 - i)$ の実部, 虚部, 絶対値, 偏角を求めよう.
4. 複素数 $z = \frac{1-i}{1+i}$ の実部, 虚部, 絶対値, 偏角を求めよう.

3.2 極形式での積と商

複素数 $z_1 = \sqrt{5} + \sqrt{15}i$, $z_2 = \frac{1}{2}(-1 + i)$ を考える.

1. z_1, z_2 を複素平面の点として表そう.
2. z_1, z_2 を極形式で表示しよう.
3. 複素数 $w_1 = z_1 z_2$ の絶対値と偏角を求め, 複素平面の点として表そう.
4. 複素数 $w_2 = z_1 / z_2$ の絶対値と偏角を求め, 複素平面の点として表そう.

¹Copyright ©2003 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

3.3 複素数の演算

複素数 $z_1 = e^{1-\frac{\pi}{3}i}$, $z_2 = 1 - i$ を考える. ただし, i は虚数単位.

1. z_1 の実部, 虚部を求めよう.
2. $|z_2|$ と $\text{Arg } z_2$ を求めよう.
3. $(z_2)^{-10}$ の実部, 虚部を求めよう.
4. $z_1 \times z_2$ の絶対値と偏角を求めよう.

3.4 ドモアブルの公式 (やや難しいかも)

1. $n = 0, 1, 2, \dots, \theta \in \mathbb{R}$ に対して, 式 $\cos n\theta + i \sin n\theta = (\cos \theta + i \sin \theta)^n$ を, ドモアブルの公式という. オイラーの公式を用いて, ドモアブルの公式を証明しよう.
2. $n = 2, n = 3$ に対するドモアブルの公式の右辺を展開して, \sin, \cos の 2 倍角, 3 倍角の公式を導こう.
3. 複素数 $z = e^{\frac{2\pi m}{n}i}$, ただし, $n \in \mathbb{N}, m = 0, 1, \dots, n-1$ が, 1 の (n 個の) n 乗根であることを示そう.
4. $n = 5, 6$ の場合に, 1 の (n 個の) n 乗根を複素平面上に示そう.
5. 関係

$$\sum_{m=0}^{n-1} e^{\frac{2\pi m}{n}i} = 0 \quad (3.1)$$

を示そう.

秋のプチテスト 2003/10/22(水) に行います. 90 分のうち, 50 分を使います. 病気, 公務などで欠席する人は, 事前, または事後に届けを出してください (教務課に用紙があります).

範囲などは来週連絡します.

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [今回の解答](#)