

微積分 演習 (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお¹ 配布: 2003/11/05 Wed 更新: Time-stamp: "2003/11/12 Wed 17:35 hig"

(関数) 電卓使います!

明日の演習から何回か, (できれば関数) 電卓を使用します. 持ってくるか, <http://hig3.net> から関数電卓の i/V アプリを携帯にダウンロードしておいてね.

6 マクローリン展開とテイラー展開

6.1 お奨め問題

1. $f(x) = e^x$ の, n 次のマクローリン展開と, 剰余項を求めよう. [略解: $e^x = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} x^k + R_{n+1}(x)$, $R_{n+1}(x) = \frac{1}{(n+1)!} e^{\theta x} x^{n+1}$, $0 < \theta < 1$.]
2. $f(x) = (1+x)^{-1/2}$ の 2 次のマクローリン展開を求めよう. 剰余項は求めなくてよい.
3. $f(x) = \sin x$ の 5 次のマクローリン展開を求めよう. 剰余項は求めなくてよい.
4. $f(x) = x^5 - 3x + 2$ の $x = 1$ のまわりの 2 次のテイラー展開と剰余項を求めよう. [略解: $f(x) = 2(x-1) + 10(x-1)^2 + R_3(x)$, $R_3(x) = 10(1+(x-1)\theta)^2(x-1)^3$, $0 < \theta < 1$.]

6.2 \log のテイラー展開

1. $f(x) = \log(1+x)$ の n 次のマクローリン展開と, 剰余項を求めよう.
2. $\log 1.1$ の近似値を, $f(x) = \log(1+x)$ の, $x = 0$ のまわりの 2 次のテイラー展開から求めよう. 誤差を剰余項から評価しよう. なお, 真の値は $\log(1.1) = 0.09531018 \dots$
3. $\log x$ の, $x = e$ のまわりの 2 次のテイラー展開と剰余項を求めよう.

6.3 三角関数のテイラー展開

1. $f(x) = \sin x$ の, $x = \frac{\pi}{3}$ のまわりの 2 次のテイラー展開と剰余項を求めよう.
2. $\sin(62^\circ)$ の近似値を, $\sin x$ の, $x = \frac{\pi}{3}$ のまわりの 2 次のテイラー展開から求めよう. 誤差を剰余項から評価しよう. [$\sin(62^\circ) = 0.882947592 \dots$]

¹Copyright ©2003 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

6.4 もっとテイラー展開

1. $f(x) = \text{Arcsin } x$ の 2 次のマクローリン展開を求めよう. 剰余項は求めなくてよい.
2. $(a + bx)^{-1/2}$ ($a > 0, b \neq 0$ は定数) の 2 次のマクローリン展開を求めよう. 剰余項は求めなくてよい.

