

## 微積分 演習 (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお<sup>1</sup> 配布: 2003/11/12 Wed 更新: Time-stamp: "2003/11/12 Wed 18:22 hig"

### 教科書にミスプリント発見!

頁	行	誤	正
72	下から 4	$[0, x]$	$[0, x] (x < 0 \text{ なら } [x, 0])$
72	下から 1	$(0, x)$	$(0, x) (x < 0 \text{ なら } (x, 0))$
73	上から 7	$0 < c < x$	$0 < c < x (x < 0 \text{ なら } x < c < 0)$
75	下から 2	$f^{(n+1)}(a + \theta x)$	$f^{(n+1)}(a + (x - a) \cdot \theta)$
76	上から 11	$e^{2+\theta x}$	$e^{2+(x-2)\cdot\theta}$
76	上から 14	$f'(a + \theta x)$	$f'(a + (x - a) \cdot \theta)$

### 冬のプチテスト計画!

12月4日(木)を予定しています。最初の予告よりも1週間遅らせました。90分30点です。範囲は、11月27日(木)分までとしますが、秋のプチテストまでの知識ももちろん必要になります。

## 7 テイラー展開の応用

### 7.1 お奨め問題セレクション

1.  $\log 1.1$  の近似値を,  $f(x) = \log(1+x)$  の,  $x=0$  のまわりの  $n=2$  次のテイラー展開  $f(x) = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k} x^k + R_{n+1}(x)$  を利用して求めよう。誤差を剰余項  $R_{n+1}(x) = \frac{(-1)^n}{n+1} \frac{1}{(1+\theta x)^{n+1}} x^{n+1}$  から評価しよう。なお, 真の値は  $\log(1.1) = 0.09531018\dots$
2.  $\sin x = x - \frac{1}{3!}x^3 + O(x^5)$  を利用して,  $f(x) = (2 - \sin x)^{-1}$  のマクローリン展開を3次まで求めよう。関数  $\sin x$ ,  $\frac{1}{1-x}$  のマクローリン展開は使ってよい。剰余項はランダウ記号でよい。[略解:  $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{48}x^3 + O(x^4)$ .]
3.  $\cos x = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + O(x^4)$  を利用して, 極限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos x}{1 - \cos x}$  を求めよう。関数  $\cos x$  のマクローリン展開は使ってよい。[略解: 2]

### 7.2 三角関数のテイラー展開と近似計算

6.3 と同じです。すでにやったところは飛ばしてください。

<sup>1</sup>Copyright ©2003 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

1.  $f(x) = \sin x$  の,  $x = \frac{\pi}{3}$  のまわりの 2 次のテイラー展開と剰余項を求めよう.
2.  $\sin(58^\circ)$  の近似値を,  $\sin x$  の,  $x = \frac{\pi}{3}$  のまわりの 2 次のテイラー展開から求めよう. 誤差を剰余項から評価しよう. なお, 真の値は  $\sin(58^\circ) = 0.8480481\dots$

### 7.3 テイラー展開を用いた極限計算とロピタルの定理

次の極限を,  $x = 0$  のまわりのテイラー展開を利用して求めよう.

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x^2}}{\sin x}$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow 0-0} \frac{x^2 e^x}{x - \sin x}$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \log(1+x)}{e^x - 1 - x}$ .

### 7.4 もっとテイラー展開 - テイラー展開計算技法

次を求めよう. 展開の剰余項はランダウ記号で書いてよい. 関数  $e^x, \sin x, (1-x)^{-1}$  のマクローリン級数は使ってよい. 一部分は 6.4.1,2 と同じです. すでにやった人は飛ばしてください.

1.  $\text{Arcsin } x$  の 3 次のマクローリン展開.
2.  $(a + bx)^{-1/2}$  ( $a > 0, b \neq 0$  は定数) の 2 次のマクローリン展開.
3.  $\sinh x$  の,  $x = 0$  のまわりのテイラー級数.
4.  $e^x \sin x$  の,  $x = 0$  のまわりの 4 次のテイラー展開.
5.  $\frac{1}{1+x^2}$  の,  $x = 0$  のまわりの 5 次のテイラー展開.
6.  $\frac{1}{1-x-x^2}$  の 3 次のマクローリン展開.