微積分◇演習 (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお[1] 配布: 2003/11/26 Wed 更新: Time-stamp: "2003/12/08 Mon 20:51 hig"

教科書にミスプリント発見！

頁	行	式	誤	正
121	下から 5	(5.39)	$\sum_{r=0}^{\infty}\binom{n}{r}\frac{\partial^n}{\partial x^r \partial y^{n-r}}$	$\sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}h^r k^{n-r}\frac{\partial^n}{\partial x^r \partial y^{n-r}}$

冬のプチテストやります！

12 月 4 日 (木) 9:20– **7 号館講義室 1** で行います. 掲示と, きょう配布する説明の紙を参照してください.(Web `http://hig3.net` からも見られます.)

9 多変数関数のテイラー展開とその応用

9.1 お奨め問題

関数 $f(x,y)=x^3+y^3+3xy+2$ を考える.

1. $f_x(x,y), f_y(x,y)$ を求めよう.
2. $f_x(a,b)=f_y(a,b)=0$ となるような点 $(x,y)=(a,b)$ をすべて求めよう.
3. 上で求めた点 $(x,y)=(a,b)$ のまわりの, 2 次のテイラー展開を求めよう. 剰余項は求めなくてよい.
4. このテイラー展開を利用して, 点 (a,b) で $f(x,y)$ が極大または極小となるかどうかを判定して, もし極大極小なら極値を求めよう.

9.2 2 変数関数のテイラー展開

1. 関数 $f(x,y)=\sin(xy)$ の $(x,y)=(-\frac{\pi}{2},-1)$ のまわりの 2 次のテイラー展開を求めよう.
2. 関数 $f(x,y)=\mathrm{e}^{x+y}$ の $(x,y)=(0,0)$ のまわりのテイラー級数を求めよう. 労力の様々ないろいろな計算方法があります. 工夫してみよう. (正攻法, 組みあわせで楽する方法, 多変数の合成関数の微分法を利用する方法, $\cdots$).

`http://hig3.net/`(講義のページもここからたどれます), `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`, `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `tel:0775437501` 数理情報学科へや:1 号館 5 階 508.

3. 関数 $f(x,y)=\log(1+x+y)$ の $(x,y)=(0,0)$ のまわりの 2 次のテイラー展開を求めよう. 楽な方法もあるかも.

9.3　陰関数定理の応用

2 変数関数 $f(x,y)=5x^2-2xy+5y^2-120$ を考える. 1 変数関数 $g(x)$ を, $f(x,g(x))=0$ ただし $g(x)>1$, で定義する.

1. 合成関数 $F(x)=f(x,g(x))=0$ の両辺を x で微分して,

$$\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}x}(x)=\frac{g(x)-5x}{5g(x)-x} \tag{9.1}$$

を示そう. この式は,

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{y-5x}{5y-x} \tag{9.2}$$

のように書かれることが多い.

2. 点 $\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}x}(0)$ を求めよう.

3. $f(x,y)=0$ と, $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{y-5x}{5y-x}=0$ を連立させて, 曲線 $y=g(x)$ の傾きが 0 となる x を求めよう.

9.4　2 変数関数の極値

1. 関数 $f(x,y)=x^2-2xy+y^2$ の極大極小がもしあれば見つけて極値を求めよう.

2. 関数 $f(x,y)=x^2-2xy+y^3$ の極大極小がもしあれば見つけて極値を求めよう.