

微積分 演習 (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお¹ 配布: 2004/01/07 Wed 更新: Time-stamp: "2004/01/13 Tue 19:27 hig"

ファイナルトリアルあります！

1 月 21 日 (水) 1 講時. こんども外部記憶ペーパー (再度作成します) 使えます. 主な出題範囲は冬のプチテストの後の部分 (積分) ですが, 問題を解くには, 当然, その前の部分の知識も必要になります. また, 積分とは無関係に, 1 変数の (マクローリン展開でない) テイラー展開の問題を再度出題します.

12 面積, 体積, 多重積分

12.1 お奨め問題

1. 重積分 $\iint_D (x+y) dS$ を求めよう. ただし, $D = \{(x,y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$.
2. 累次積分 $\int_0^1 \left\{ \int_0^x dy \right\} dx$ を求めよう.
3. 重積分 $\iint_D (x^2 + y^2) dS$ を求めよう. ただし, D は $(0,0), (1,1), (1,0)$ を 3 頂点とする三角形の領域.

12.2 積分順序の交換

1. 累次積分 $\int_0^1 \left\{ \int_x^{\sqrt{x}} f(x,y) dy \right\} dx$ の積分順序を交換しよう.
2. 2 重積分 $\iint_D f(x,y) dS$ ただし $D = \{(x,y) | x+y \leq 1, x \geq 0, y \geq x\}$ を, 順序の異なる 2 つの累次積分 (の和) で表そう.

12.3 逐次積分による重積分

1. 重積分 $\iint_D x dS$ を求めよう. ただし, D は $y = x^2$ と $y = x^3$ に囲まれた領域.
2. 重積分 $\iint_D (2x+3y) dS$ を求めよう. ただし, $D = \{(x,y) | x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.

¹Copyright ©2003 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

3. 重積分 $\iint_D \sqrt{4y^2 - x^2} \, dS$ を求めよう。ただし、 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq y \leq 1\}$ 。Hint. 少し難しいかも。 $\int \{ \int f(x, y) dx \} dy$ と思うと、 $x = 2y \sin t$ とおける。

12.4 面積と体積

- 2次元の領域 $D = \{(x, y) | x^2 \leq y \leq 1, x \geq 0\}$ の面積を2重積分で表し、求めよう。
- 3次元の領域 $D = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$ の体積を3重積分で表そう。暇と興味があれば、その値を求めよう。Hint. $\int_0^{\pi/2} \cos^2 t \, dt = \int_0^{\pi/2} \sin^2 t \, dt = \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{2}$,
 $\int_0^{\pi/2} \cos^4 t \, dt = \int_0^{\pi/2} \sin^4 t \, dt = \frac{\pi}{2} \times \frac{3}{8}$ を使ってもよい。