

微積分 演習 (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお¹ 配布: 2004/11/10 Wed 更新: Time-stamp: "2004/12/01 Wed 08:03 hig"

7 テイラー展開の応用

7.1 お奨め問題セレクション

1. $f(x) = \ln(1+x)$ の, $x=0$ における n 次のテイラー展開と, 剰余項 $R_{n+1}(x)$ を求めよう. [略解: $R_{n+1}(x) = \frac{(-1)^n}{n+1} \frac{1}{(1+\theta x)^{n+1}} x^{n+1}$, $0 < \theta < 1$.]
2. 2 次のテイラー展開を利用して, $\log(1.1)$ の近似値を求めよう. 誤差 (の上限) を剰余項から評価しよう. なお, 真の値は $\log(1.1) = 0.09531018\dots$
3. $f(x) = (2 - \sin x)^{-1}$ の, $x=0$ における 3 次のテイラー展開を求めよう. 関数 $\sin x$, $\frac{1}{1-x}$ のテイラー展開は使ってよい. 剰余項はランダウ記号で書こう. [略解: $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{48}x^3 + O(x^4)$.]

7.2 三角関数のテイラー展開と近似計算

1. $f(x) = \sin x$ の, $x = \frac{\pi}{3}$ における 2 次のテイラー展開と剰余項を求めよう.
2. $\sin(58^\circ)$ の近似値を, $\sin x$ の, $x = \frac{\pi}{3}$ における 2 次のテイラー展開から求めよう. 誤差を剰余項から評価しよう. なお, 真の値は $\sin(58^\circ) = 0.848048096\dots$

7.3 もっと楽しんでテイラー展開

次を求めよう. 展開の剰余項はランダウ記号で書いてよい. 関数 $e^x, \sin x, (1-x)^{-1}, (1+x)^\alpha$ の, $x=0$ におけるテイラー級数は使ってよい.

1. e^{-x^2} の, $x=0$ のテイラー級数.
2. $(2x+3)^{-2/3}$ の, $x=0$ における 2 次のテイラー展開. ($|x| < \frac{3}{2}$)
3. $e^x \sin x$ の, $x=0$ における 4 次のテイラー展開.
4. $\frac{1}{1+x^2}$ の, $x=0$ におけるテイラー級数. ($|x| < 1$)
5. $\frac{1}{1-x-x^2}$ の, $x=0$ における 3 次のテイラー展開.
6. $\frac{1+2x}{1-x}$ の, $x=0$ における 3 次のテイラー展開. ($|x| < 1$)

¹Copyright ©2004 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

来週の演習から何回か、(できれば関数) 電卓を使用します。持ってくるか、<http://hig3.net> から関数電卓の i/V/EZ アプリを携帯にダウンロードしておいてね。

演習の時間にアンケートご協力ください！

<http://hig3.net> > 微積分 演習 > 中間アンケート



講義の動画ストリーミング

実習室や自宅で、Web 上で講義の録画を見られます。自宅での再生には Password が必要です。

UserID

Password