

微積分 演習 (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお¹ 配布: 2004/11/24 Wed 更新: Time-stamp: "2004/12/01 Wed 19:10 hig"

9 多変数関数のテイラー展開とその応用

例題 (講義でやります)

関数 $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$ を考える. $x, y \in \mathbb{R}$ とする.

1. $f_x(x, y), f_y(x, y)$ を求めよう.
2. 曲面 $z = f(x, y)$ の, 点 $(x, y) = (2, -2)$ における接平面の式を求めよう.
3. 接平面が xy 平面と平行になる点, つまり $f_x(a, b) = f_y(a, b) = 0$ となる点 $(x, y) = (a, b)$ をすべて求めよう.
4. 上で求めた点 $(x, y) = (a, b)$ における, 2 次のテイラー展開を求めよう. 剰余項は求めなくてよい.

9.1 お奨め問題

関数 $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy + 2$ を考える. $x, y \in \mathbb{R}$ とする.

1. $f_x(x, y), f_y(x, y)$ を求めよう.
2. 曲面 $z = f(x, y)$ の, 点 $(x, y) = (2, 3)$ における接平面の式を求めよう.
3. 接平面が xy 平面と平行になる点, つまり $f_x(a, b) = f_y(a, b) = 0$ となる点 $(x, y) = (a, b)$ をすべて求めよう.
4. 上で求めた点 $(x, y) = (a, b)$ における, 2 次のテイラー展開を求めよう. 剰余項は求めなくてよい.

9.2 2 変数関数の極大極小

1. 曲面 $z = f(x, y) = x^2 - 2xy + y^3$ の接平面が xy 平面と平行になる点をすべて求めよう. $x, y \in \mathbb{R}$ とする.
2. 曲面 $z = f(x, y) = x^2 - 2xy + y^2$ の接平面が xy 平面と平行になる点をすべて求めよう. $x, y \in \mathbb{R}$ とする.

¹Copyright ©2004 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

9.3 2変数関数のテイラー展開

1. 関数 $f(x, y) = e^{x+y}$ の $(x, y) = (0, 0)$ における 2 次のテイラー展開を求めよう. 労力の様々ないろいろな計算方法があります. 工夫してみよう. (正攻法, 組みあわせで楽する方法, 多変数の合成関数の微分法を利用する方法, ...).
2. 曲面 $z = f(x, y) = e^{x+y}$ の, $(x, y) = (0, 0)$ における接平面の式を求めよう.
3. 関数 $f(x, y) = \sin(xy)$ の $(x, y) = (-\frac{\pi}{2}, -1)$ における 2 次のテイラー展開を求めよう.
4. 曲面 $z = f(x, y) = \sin(xy)$ の, $(x, y) = (-\frac{\pi}{2}, -1)$ における接平面の式を求めよう.
5. 関数 $f(x, y) = \ln(1 + x + y)$ の $(x, y) = (0, 0)$ における 2 次のテイラー展開を求めよう. 楽な方法もあるかも.

講義の動画ストリーミング

実習室や自宅で, Web <http://hig3.net> で講義の録画を見られます. 自宅で再生するには, Realplayer をインストールします (Web の再生案内のところに書いてあります). また, 自宅では次の UserID, Password が必要です.



UserID

Password

冬のプチテストやります!

12月01日(水). 25点分です. 別紙の説明参照.