

微積分 演習 (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお¹ 配布: 2004/12/08 Wed 更新: Time-stamp: "2004/12/17 Fri 09:17 hig"

11 極限と広義積分

11.1 お奨め問題

1. 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ を, $x = 0$ におけるテイラー展開を利用して求めよう
2. 広義積分 $\int_{-\infty}^0 x e^{-x^2} dx$ が存在するか考えよう. 存在するなら値を求めよう.
3. 広義積分 $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx$ が存在するか考えよう. 存在するなら値を求めよう.

11.2 テイラー展開を用いた極限計算とロピタルの定理

次の極限を, $x = 0$ におけるテイラー展開を利用して求めよう.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x^2}}{\sin x}$.
2. $\lim_{x \uparrow 0} \frac{x^2 e^x}{x - \sin x}$.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \log(1+x)}{e^x - 1 - x}$.

11.3 広義積分

次の広義積分が存在するか考えよう. 存在するなら値を求めよう.

1. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$.
2. $\int_0^1 \frac{x}{(1-x)^{2/3}} dx$. (部分積分)
3. $\int_0^{\infty} f(x) e^{-x} dx$ ただし, $n \in \mathbb{Z}$ に対して,

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (2n \leq x < (2n+1)) \\ 0 & (2n+1 \leq x < (2n+2)) \end{cases} \quad (11.1)$$

4. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{sgn}(x-a)}{\cosh x} dx$. ただし, $a \in \mathbb{R}$ は定数. (置換積分 $t = e^x$)
5. $\int_0^1 \log x dx$. (被積分関数を $(x)' \times \log x$ と思って部分積分しよう)
6. $\int_{-\infty}^0 x e^{(1-i)x} dx$. (部分積分)

¹Copyright ©2004 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

実習室や自宅で, Web <http://hig3.net> で講義の録画を見られます. 自宅で再生するには, Realplayer をインストールします (Web の再生案内のところに書いてあります). また, 自宅では次の UserID, Password が必要です.



UserID

Password

演習チームシャッフル!

明日 2004/12/09 は新チームでやります. 前回の講義で配った演習問題 10 を持ってきてください.