微積分♪演習 (略解) (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお[1] 配布: 2004/11/17 Wed 更新: Time-stamp: "2004/11/17 Wed 07:56 hig"

8 多変数関数の微分

8.1 お奨め問題セレクション

略解

1. 別記. 等高線はそれぞれ放物線.
2. $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=2x$, $\frac{\partial f}{\partial x}(-1,1)=-2$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=1$, $\frac{\partial f}{\partial y}(-1,1)=1$.
3. $f_x(x,y)=5x^4+12x^3y^2$, $f_{xx}(x,y)=20x^3+36x^2y^2$, $f_{xy}(x,y)=24x^3y$, $f_y(x,y)=6x^4y+4y^3$, $f_{yx}(x,y)=24x^3y$, $f_{yy}(x,y)=6x^4+12y^2$.

8.2 方向微分

略解 $D_{\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}f(-1,1)=-\frac{1}{2}(-2)+(+\frac{\sqrt{3}}{2})\cdot 1=+1+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

または直接に $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\{(-1-\frac{1}{2}t)^2+(1+\frac{\sqrt{3}}{2}t)\}$ の $t=0$ における値を計算してもよい.

8.3 多変数関数の合成微分

略解 上で求めたように, $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)=2x$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)=1$.

1.
2. $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}(t)=(2x)\cdot(-\sin t)+1\cdot(\cos t)=-2\cos t\sin t+\cos t$.
3. $\frac{\partial z}{\partial u}(u,v)=(2x)\cdot(\cos v)+1\cdot(\sin v)=2u\cos^2 v+\sin v$.

8.4 偏導関数

略解

1. $f_x(-1,1)=-\frac{1}{\sqrt{2}}$,$f_y(-1,1)=\frac{1}{\sqrt{2}}$.
2. $f_x(-1,1)=-2\pi$,$f_y(-1,1)=3\pi$.
3. $f_x(-1,1)=-i\pi\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}$,$f_y(-1,1)=(1+i\pi)\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}$.

---

http://hig3.net/(講義のページもここからたどれます), http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/, mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp, tel:0775437501 数理情報学科へや:1 号館 5 階 508.

8.5　2 変数関数のグラフ

次の関数 $f(x, y)$ について, 等高線プロットを描こう. 3 次元プロット (鳥瞰図) を想像しよう (絵心のある人は描こう).

略解

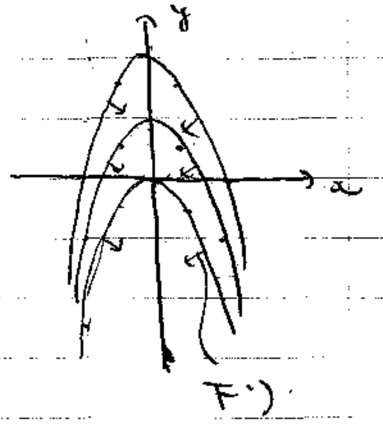
1. 等高線は楕円. 別紙.
2. 等高線は双曲線. 別紙.
3. 等高線は $y = C\mathrm{e}^{-x}$. 別紙.

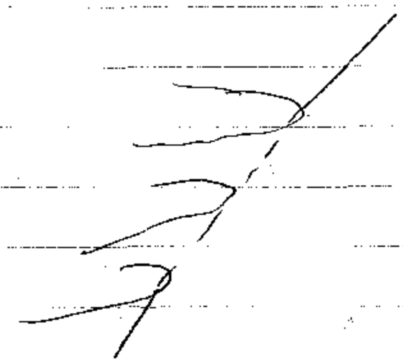
8.1.1.

$f(x, y) = x^2 + y$

$x^2 + y = C$

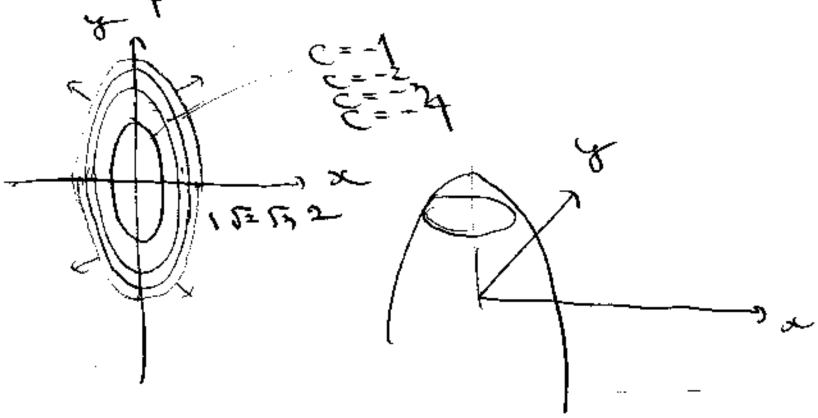
$y = -x^2 + C$ (放物線)



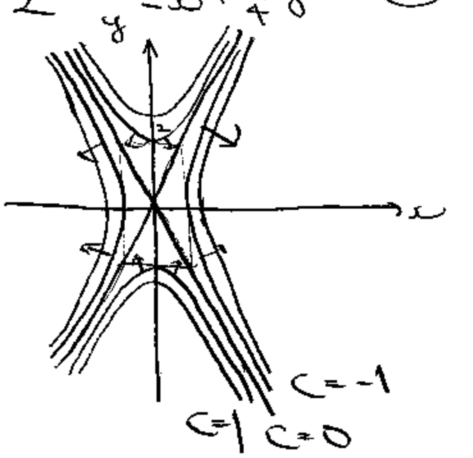


8.5 1.

$-x^2 - \frac{1}{4}y^2 = C$



8.5 2 $-x^2 + \frac{1}{4}y^2 = C$



8.5.9 $ye^x = C$

$y = Ce^{-x}$