微積分♪演習 (略解) (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお[1] 配布: 2004/11/24 Wed 更新: Time-stamp: "2004/12/01 Wed 19:10 hig"

9 多変数関数のテイラー展開とその応用

例題 (講義でやります)

略解 講義でやりました.

9.1 お奨め問題

略解

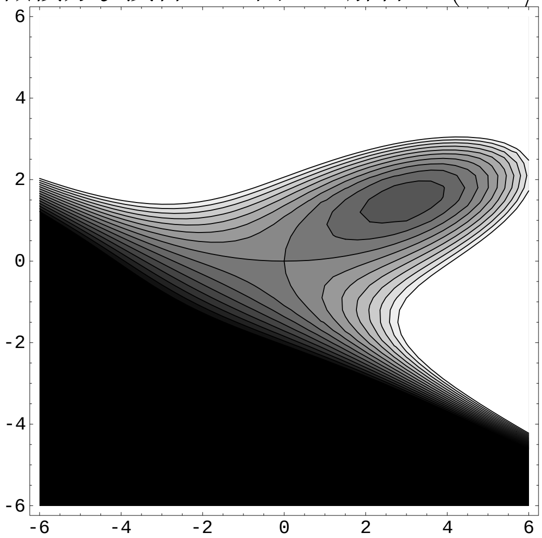
1. $f_x(x,y) = 3x^2 + 3y$, $f_y(x,y) = 3y^2 + 3x$.
2. $z - f(2,3) = f_x(2,3) \cdot (x-2) + f_y(2,3) \cdot (y-3)$ より, $z = 55 + 21(x-2) + 33(y-3) = 21x + 33y - 86$.
3. $f_x(a,b) = f_y(a,b) = 0$ を (a,b) について解くと, $(a,b) = (0,0), (-1,-1)$.
4. $f(x,y) = 2 + 3(x-0)(y-0) + R_3$. これは極値でないことに気づくかも. $f(x,y) = 3 - 3(x+1)^2 + 3(x+1)(y+1) - 3(y+1)^2 + R_3$. これは実は極大になっています.

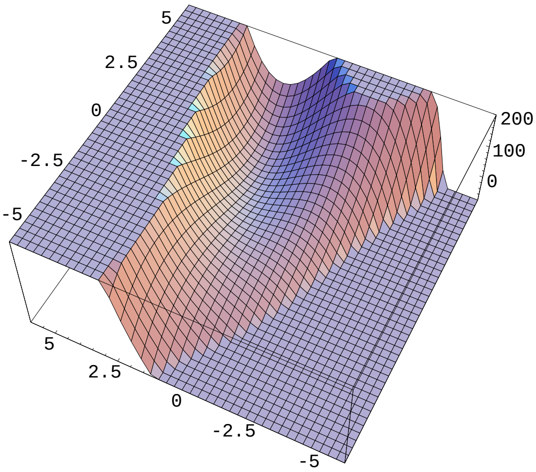
9.2 2 変数関数の極大極小

略解

1. $f_x = f_y = (0,0)$ となるのは, $(x,y) = (0,0), (\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$. 実は $(0,0)$ は極大でも極小でもなく, $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ は極小.
2. 直線 $y = x$ 上のすべての点.

http://hig3.net/(講義のページもここからたどれます), http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/, mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp, tel:0775437501 数理情報学科へや:1 号館 5 階 508.





9.3　2 変数関数のテイラー展開

略解

1. $f(x,y) = \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \tfrac{1}{k!}(x+y)^k = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{k} \tfrac{1}{j!(k-j)!}x^j y^{k-j} = 1 + x + y + \tfrac{1}{2}(x^2+2xy+y^2) + R_3.$

   または, $f(x,y) = \mathrm{e}^x\mathrm{e}^y = \left(\displaystyle\sum_{j=0}^{\infty} \tfrac{1}{j!}x^j\right) \times \left(\sum_{i=0}^{\infty} \tfrac{1}{i!}x^i\right) = \sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty} \tfrac{1}{i!j!}x^j y^i.$

2. $z = 1 + x + y.$

3. $f(x,y) = 1 - \frac{1}{2}(x+\frac{\pi}{2})^2 - \frac{\pi}{2}(x+\frac{\pi}{2})(y+1) - \frac{\pi^2}{8}(y+1)^2 + R_3.$

4. $z = 1.$

5. $f(x,y) = \ln(1+(x+y)) = \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \tfrac{(-1)^{k-1}}{k}(x+y)^k = (x+y) - \tfrac{1}{2}(x^2+2xy+y^2) + R_3.$