

微積分 演習 (略解) (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお¹ 配布: 2004/01/13 Wed 更新: Time-stamp: "2005/01/11 Tue 18:13 hig"

13 多重積分の変数変換と座標系

13.1 お奨め問題

略解

1. $(r, \theta) = (2, \frac{4}{3}\pi), (x, y) = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$.
2. $\int_1^2 dr \int_0^{2\pi} d\theta r^2 = \frac{14}{3}\pi$.
3. 変数変換 $t = \sqrt{ax}$ により, $\sqrt{\pi/a}$.

13.2 極座標での積分

略解

1. $\int_0^1 dr \int_0^{\frac{1}{2}\pi} d\theta r^2 \cos \theta = \frac{1}{3}$.
2. $\int_0^1 dr \int_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{3}{4}\pi} d\theta r^2 \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$.
3. $\int_0^1 dr \int_0^{2\pi} d\theta \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} = 2\pi$.

13.3 一般の変数変換とヤコビアン

略解

1. 変数変換 $u = x - y, v = x + y$ により, $\frac{1}{4}$.
2. 変数変換 $x = ar \cos \theta, y = br \sin \theta$ により, $\frac{1}{4}ab(a^2 + b^2)\pi$.
3. 変数変換 $u = x + y, v = y$ により, $\frac{1}{2}$.

¹Copyright ©2004 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.
<http://hig3.net/>(講義のページもここからたどれます), <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/>,
<mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>, tel:0775437501 数理情報学科へや:1号館5階508.

13.4 ガウス積分

略解

1. $e^{-a\left(x-\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{b^2}{4a}+c}$ なので, 変数変換 $t = \sqrt{a}\left(x - \frac{b}{2a}\right)$ により, $\sqrt{\frac{\pi}{a}} \times e^{\frac{b^2}{4a}+c}$.

2. 変数変換 $t = \sqrt{a}\left(x - \frac{b}{2a}\right)$ により, $\frac{b}{2a}\sqrt{\frac{\pi}{a}} \times e^{\frac{b^2}{4a}+c}$.

13.5 3重積分と球座標

略解

1. $\frac{4}{15}\pi a^5$.

2. $\frac{1}{3}$.