微積分♪演習 (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお[1] 配布: 2005/11/17 Thu 更新: Time-stamp: "2005/11/26 Sat 12:08 hig"

8 2 変数関数のテイラー展開

8.1 お奨め問題

$f(x,y) = x^3 + x^2y + 2xy^2 + 3y^3 + 1$ を考える.

1. 偏微分係数 $f_x(1,-1), f_y(1,-1), f_{xx}(1,-1), f_{xy}(1,-1), f_{yx}(1,-1), f_{yy}(1,-1)$ を求めよう. [略解の一部: $f_x(1,-1) = 3, f_{xy}(1,-1) = -2$]

2. $z = f(x,y)$ の, $(x,y) = (1,-1)$ における 2 次のテイラー展開を求めよう. [略解: $f(x,y) = 1+3(x-1)+6(y+1)+\frac{1}{2!}(4(x-1)^2+2(-2)(x-1)(y+1)-14(y+1)^2)+R_3$.]

3. $\xi(t) = 1 + 2\sin t, \eta(t) = -1 - 3\sin t, z(t) = f(\xi(t), \eta(t))$ とする. $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}(\pi)$ を, 2 変数の合成関数の微分法を用いて計算しよう. [略解: 12]

4. 点 $(x,y) = (1,-1)$ から, $(\lambda,\mu) = (-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ の方向に進んだとき, $f(x,y)$ の値は増加するが減少するか (斜面は登りか降りか), 方向微分 $D_{\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} f(1,-1)$ を計算して求めよう.

8.2 2 変数関数のテイラー展開

1. 関数 $f(x,y) = \mathrm{e}^{x+y}$ の $(x,y) = (0,0)$ における 2 次のテイラー展開を求めよう. 労力の様々ないろいろな計算方法があります. 工夫してみよう. (正攻法, 組みあわせで楽する方法, 多変数の合成関数の微分法を利用する方法, $\cdots$).

2. 曲面 $z = f(x,y) = \mathrm{e}^{x+y}$ の, $(x,y) = (0,0)$ における接平面の式を求めよう.

3. 関数 $f(x,y) = \sin(xy)$ の $(x,y) = (-\frac{\pi}{2}, -1)$ における 2 次のテイラー展開を求めよう.

4. 曲面 $z = f(x,y) = \sin(xy)$ の, $(x,y) = (-\frac{\pi}{2}, -1)$ における接平面の式を求めよう.

5. 関数 $f(x,y) = \ln(1+x+y)$ の $(x,y) = (0,0)$ における 2 次のテイラー展開を求めよう. 楽な方法もあるかも.

`http://hig3.net/`(講義のページもここからたどれます), `http://www.a.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`
`tel:0775437514` 数理情報学科へや:1 号館 5 階 502.

8.3　方向微分

関数 $f(x,y)=x^2+y$ について, $(x,y)=(-1,1)$ における方向微分 $D_{\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}f(-1,1)$ を求めよう. 演習問題 7.1 で描いた等高線プロットと話はあってる? [略解: $+1+\frac{\sqrt{3}}{2}$.]

8.4　多変数関数の合成微分

1. $f(x,y)=x^2+y, \xi(t)=\cos t, \eta(t)=\sin t$ に対して, 合成関数 $z(t)=f(\xi(t),\eta(t))$ を考える. 多変数の合成関数の微分法を用いて, $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}(t)$ を求めよう.
2. $f(x,y)=x^2\mathrm{e}^{x+y}, \xi(t)=\cos t, \eta(t)=\sin t$ に対して, 合成関数 $z(t)=f(\xi(t),\eta(t))$ を考える. 多変数の合成関数の微分法を用いて, $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}(t)$ を求めよう.

冬のプチテストやります!

12 月 07 日 (水). 科目の成績 100 点中 25 点分です. 別紙の説明参照. 12 月 08 日 (木) は講義です.

講義の動画ストリーミング

実習室や自宅で, Web 上で講義の録画を見られます. 自宅での再生には Password が必要です.

UserID　　　　　　　Password

目次 | 前回 | 次回 | 今回の解答