

微積分 演習 (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお¹ 配布: 2005/12/14 Wed 更新: Time-stamp: "2005/12/15 Thu 12:34 hig"

11 極限と広義積分

11.1 お奨め問題

1. 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ を, $x = 0$ におけるテイラー展開を利用して求めよう
2. 広義積分 $\int_{-\infty}^0 x e^{-x^2} dx$ が存在するか考えよう. 存在するなら値を求めよう.
3. 広義積分 $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx$ が存在するか考えよう. 存在するなら値を求めよう.

11.2 広義積分

次の広義積分が存在するか考えよう. 存在するなら値を求めよう.

1. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$.
2. $\int_0^1 \frac{x}{(1-x)^{2/3}} dx$. (部分積分)
3. $\int_0^{\infty} f(x)e^{-x} dx$ ただし, $n \in \mathbb{Z}$ に対して,

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (2n \leq x < (2n+1)) \\ 0 & (2n+1 \leq x < (2n+2)) \end{cases} \quad (11.1)$$

4. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{sgn}(x-a)}{\cosh x} dx$. ただし, $a \in \mathbb{R}$ は定数. (置換積分 $t = e^x$)
5. $\int_0^1 \ln x dx$. (被積分関数を $(x)' \times \ln x$ と思って部分積分しよう)
6. $\int_{-\infty}^0 x e^{(1-i)x} dx$. (部分積分)

11.3 テイラー展開を用いた極限計算とロピタルの定理

次の極限を, $x = 0$ におけるテイラー展開を利用して求めよう.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x^2}}{\sin x}$.
2. $\lim_{x \uparrow 0} \frac{x^2 e^x}{x - \sin x}$.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln(1+x)}{e^x - 1 - x}$.

¹Copyright ©2005 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

11.4 複素数に値をとる関数の極限

$x \in \mathbb{R}$ とする. 次の関数について, 極限 $x \rightarrow +\infty, x \rightarrow -\infty$ を求めよう (存在しないかも).

1. $f(x) = e^{ix}$

2. $f(x) = e^{(-1-i)x}$

3. $f(x) = xe^{(-1-i)x}$

4. $f(x) = |e^{(1-i)x}|$

お知らせ

講義の動画ストリーミング

実習室や自宅で, Web 上で講義の録画を見られます. 自宅での再生には Password が 必要です.

UserID

Password



目次	前回	次回	今回の解答
----	----	----	-------