微積分♪演習 (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお[1] 配布: 2006/01/18 Wed 更新: Time-stamp: "2006/01/16 Mon 10:17 hig"

13 多重積分の変数変換と座標系

13.1 お奨め問題

1. $(x,y)=(-1,-\sqrt{3})$ を極座標 (r,θ) で表そう. $(r,\theta)=(1,\frac{1}{6}\pi)$ を直交座標で表そう.
2. 次の直交座標 (x,y) で書かれた定積分を, 変数変換で極座標 (r,θ) に移ることによって求めよう. $\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,\quad D=\{(x,y)|1\leqq x^2+y^2\leqq 4\}$.
3. 公式 $\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x=\sqrt{\pi}$ と置換積分 $t=\sqrt{a}\,x$ を利用して, 定積分 $\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{e}^{-ax^2}\,\mathrm{d}x$ ($a>0$ は定数) を求めよう.

13.2 極座標での積分

次の直交座標 (x,y) で書かれた定積分を, 変数変換で極座標 (r,θ) に移ることによって求めよう.

1. $\iint_D x\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,\quad D=\{(x,y)|x^2+y^2\leqq 1, x\geqq 0, y\geqq 0\}$.
2. $\iint_D y\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,\quad D=\{(x,y)|x^2+y^2\leqq 1, y\geqq |x|\}$.
3. $\iint_D \frac{1}{\sqrt{1-x^2-y^2}}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,\quad D=\{(x,y)|x^2+y^2\leqq 1\}$.

13.3 一般の変数変換とヤコビアン

次の直交座標 (x,y) で書かれた定積分を, 適当な変数変換で求めよう.

1. $\iint_D x\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,\quad D=\{(x,y)|0\leqq x-y\leqq 1, 0\leqq x+y\leqq 1\}$. *Hint.* $u=x-y, v=x+y$.
2. $\iint_D (x+y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y, D=\{(x,y)|0\leqq x+y\leqq 1, 0\leqq y\leqq 1\}$. *Hint.* $u=x+y, v=y$.

http://hig3.net/(講義のページもここからたどれます), http://www.a.math.ryukoku.ac.jp/~hig/
tel:0775437514 数理情報学科へや:1 号館 5 階 502.

13.4　ガウス積分

ガウス積分の公式 $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-x^2}\ \mathrm{d}x = \sqrt{\pi}$ を利用して，次の定積分を求めよう． *Hint.* $-ax^2+bx+c$ を平方完成して置換積分.

1. $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-ax^2+bx+c}\,\mathrm{d}x$. $(a>0, b, c$ は定数$)$
2. $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x\mathrm{e}^{-ax^2+bx+c}\,\mathrm{d}x$. $(a>0, b, c$ は定数$)$

お知らせ

ファイナルトライアルやります!

02 月 01 日 (水)1 講時. 50 点分です．こんども外部記憶ペーパー (再度作成します) 使えます．主な出題範囲は冬のプチテストの後の部分 (積分) ですが, 問題を解くには, 当然, その前の部分の知識も必要になります．詳しくはファイナルトライアル案内を参照してください.

講義の動画ストリーミング

実習室や自宅で, Web 上で講義の録画を見られます．自宅での再生には Password が必要です.

UserID　　　　　　　　Password