微積分♪演習冬のプチテスト

樋口さぶろお[1] 配布: 2005 年 12 月 07 日更新: Time-stamp: "2005/12/07 Wed 08:31 hig"

冬のプチテスト参加案内

片面です．全部で 4 問です．
外部記憶ペーパー作成 10 分＋答案作成 80 分です．

1. 解答用紙の 1 面に 1 問ずつ, 指定された用紙に解答しよう.
2. 過程も答えよう. 最終的な答えが正しいことがわかるような過程を記そう.
3. 問題文に現れない記号を使うときは, 定義を記そう.
4. 出席チェックするので学生証を机の上に出してね.
5. 携帯電話は (時計としても) 使わないでね.

1

1. $f(x) = \mathrm{e}^{-2x+1}$ のマクローリン級数を求めよう.
2. $f(x) = \frac{1}{x}$ の, $x = 2$ における 3 次のテイラー展開を求めよう.
3. $\ln(1.9)$ の近似値を, $f(x) = \ln(2 + x)$ の 2 次のマクローリン展開を利用して求めよう. ただし, $\ln 2 = 0.693147$ とする.

2

以下の等高線プロットでは, $f(x, y)$ の減少する方向に向けて矢印をつけよう.

1. $f(x, y) = x^4 - 4x^2 - y$ の等高線プロットを描こう.
2. $f(x, y) = x\,\mathrm{e}^y$ の等高線プロットを描こう.

3

1. $f(x, y) = x^2 - 4y^2 + y$ の $(x, y) = (-3, 4)$ における接平面の式を求めよう.
2. $f(x, y) = \sin(xy^2 + y)$ について, $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y)$ を求めよう.
3. 関数 $f(x, y) = x^2y^2 + xy^2, \xi(t) = \mathrm{e}^{2t}, \eta(t) = 1 + 3\sin(t)$ とする. 合成関数 $z(t) = f(\xi(t), \eta(t))$ について, $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}(0)$ を求めよう.

4

1. $f(x, y) = x^3 + 2xy^2 + y$ の $(x, y) = (0, 1)$ における 2 次のテイラー展開を求めよう.
2. $f(x, y) = \mathrm{e}^{x-2y}$ の $(x, y) = (4, 1)$ における 2 次のテイラー展開を求めよう.

お知らせ

- 各自の点数は生協メール `t050nnnx@ryukoku-u.jp` で個別にお知らせします.
- 明日 12/09(木) の授業は **4-209 講義室で行います**. 補講は現時点では予定していません.

`http://hig3.net/`(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

微積分♪演習 冬のプチテスト略解

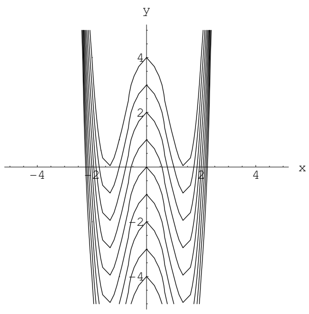
龍谷大学理工学部数理情報学科 2005 年 12 月 07 日樋口さぶろお[2]

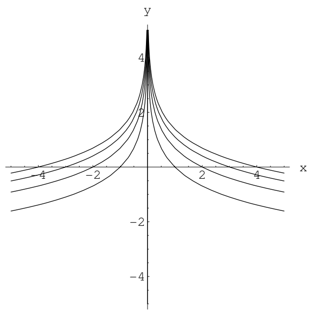
1

1. $f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-2)^j \mathrm{e}^1}{j!} x^j$.
2. $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}(x-2) + \frac{1}{8}(x-2)^2 - \frac{1}{16}(x-2)^3 + \mathcal{O}((x-2)^4)$.
3. $f(x) = \ln(2+x)$ とおくと, $f(x) = \ln 2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \mathcal{O}(x^3)$. $x = -0.1$ を代入して, $\ln(2-0.1) \simeq \ln 2 + \frac{1}{2}(-0.1) - \frac{1}{8}(0.01) = 0.693147 - 0.05 - 0.00125 = 0.641897$. 真の値は $\ln(1.9) = 0.641854\cdots$. 本当は剰余項の大きさから有効数字が定まります.

2

1. $f(x,y) = x^4 - 4x^2 - y = C$ (定数) を y について解くと, $y = x^4 - 4x^2 - C$. $y = x^4 - 4x^2$ (増減表から描ける) を y 方向に $-C$ 平行移動したもの.
2. $f(x,y) = x\ \mathrm{e}^y = C$ (定数) を y について解くと, $C = 0$ とのき, $x = 0$, $C \neq 0$ のとき, $y = -\ln \frac{x}{C}$. これは, $y = -\ln x$ のグラフを x 方向に C 倍に拡大したもの. $x = C\mathrm{e}^{-y}$ と思ってもよい.





3

1. $f_x(x,y) = 2x, f_y(x,y) = -8y + 1$ より, $z + 51 = -6(x+3) - 31(y-4)$.
2. $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = y^2 \cos(xy^2 + y)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = (2xy+1)\cos(xy^2+y)$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y) = 2y\cos(xy^2+y) - y^2(2xy+1)\sin(xy^2+y)$.
3. $\xi(0) = 1, \frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t}(0) = 2, \eta(0) = 1, \frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}t}(0) = 3$. $f(1,1) = 2, \frac{\partial f}{\partial x}(1,1) = 3, \frac{\partial f}{\partial y}(1,1) = 4$.
   $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}(0) = \frac{\partial f}{\partial x}(\xi(0),\eta(0))\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t}(0) + \frac{\partial f}{\partial y}(\xi(0),\eta(0))\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}t}(0) = 18$.

4

剰余項を R_3 とかく.

1. $f(x,y) = 1 + 2x + (y-1) + 4x(y-1) + R_3$.
2. $f(x,y) = \mathrm{e}^2(1 + (x-4) - 2(y-1) + \frac{1}{2}(x-4)^2 - 2(x-4)(y-1) + 2(y-1)^2) + R_3$.

http://hig3.net/(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.