微積分♪演習 (略解) (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお[1] 配布: 2005/11/17 Thu 更新: Time-stamp: "2005/11/26 Sat 12:08 hig"

8 2 変数関数のテイラー展開

8.1 お奨め問題

略解

1. $f_x(x,y) = 3x^2+2xy+2y^2$, $f_y(x,y) = x^2+4xy+9y^2$, $f_{xx}(x,y) = 6x+2y$, $f_{xy}(x,y) = f_{yx}(x,y) = 2x+4y$, $f_{yy}(x,y) = 4x+18y$, $f_x(1,-1) = 3$, $f_y(1,-1) = 6$, $f_{xx}(1,-1) = 4$, $f_{xy}(1,-1) = f_{yx}(1,-1) = -2$, $f_{yy}(1,-1) = -14$.
2. $f(x,y) = 1+3(x-1)+6(y+1)+\frac{1}{2!}(4(x-1)^2+2(-2)(x-1)(y+1)-14(y+1)^2)+R_3$.
3. $f_x(\xi(\pi),\eta(\pi)) = f_x(1,-1) = 3, f_y(\xi(\pi),\eta(\pi)) = f_y(1,-1) = 6$. $\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t}(\pi) = -2$, $\frac{\mathrm{d}\eta}{\mathrm{d}t}(\pi) = +3$. よって, $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}(t) = 3\cdot(-2)+6\cdot 3 = 12$.
4. $D_{\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} f(1,-1) = -\frac{1}{2}(3+6\sqrt{3}) < 0$. よって降り.

8.2 2 変数関数のテイラー展開

略解

1. 次回以降に再出題の予定.
2. $f_x(x,y) = f_y(x,y) = \mathrm{e}^{x+y}$, $f_x(0,0) = f_y(0,0) = 1$ より, $z = 1+x+y$.
3. 次回以降に再出題の予定.
4. $f_x(x,y) = y\cos(xy), f_y(x,y) = x\cos(xy)$. $f_x(-\frac{\pi}{2},-1) = f_y(-\frac{\pi}{2},-1) = 0$ より, $z = 1$.
5. 次回以降に再出題の予定.

8.3 方向微分

略解 $D_{\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} f(-1,1) = -\frac{1}{2}(-2)+(+\frac{\sqrt{3}}{2})\cdot 1 = +1+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

または直接に $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\{(-1-\frac{1}{2}t)^2+(1+\frac{\sqrt{3}}{2}t)\}$ の $t=0$ における値を計算してもよい.

---

http://hig3.net/(講義のページもここからたどれます), http://www.a.math.ryukoku.ac.jp/~hig/
tel:0775437514 数理情報学科へや:1 号館 5 階 502.

8.4　多変数関数の合成微分

略解

1. 上で求めたように, $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 2x$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 1$. $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}(t) = (2\xi(t)) \cdot (-\sin t) + 1 \cdot (\cos t) = -2\cos t \sin t + \cos t$.

2. $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}(t) = (2\xi(t)\mathrm{e}^{\xi(t)+\eta(t)} + \xi(t)^2\mathrm{e}^{\xi(t)+\eta(t)})(-\sin t) + (\xi(t)^2\mathrm{e}^{\xi(t)+\eta(t)})(\cos t) = \mathrm{e}^{\cos t+\sin t}(-2\cos t\sin t - \cos^2 t\sin t + \cos^3 t)$.

目次 前回 次回 今回の問題