微積分♪演習 (略解) (情報メディア学科 1 年次科目)

樋口さぶろお[1] 配布: 2005/11/30 Wed 更新: Time-stamp: "2005/11/29 Tue 16:12 hig"

9 2変数関数のテイラー展開

例題 (講義でやります)

略解 講義でやりました.

9.1 2変数関数のテイラー展開

略解

1. $f(x,y)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}(x+y)^k=\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{k}\frac{1}{j!(k-j)!}x^jy^{k-j}=1+x+y+\frac{1}{2}(x^2+2xy+y^2)+R_3$.
   または, $f(x,y)=\mathrm{e}^x\mathrm{e}^y=\left(\sum_{j=0}^{\infty}\frac{1}{j!}x^j\right)\times\left(\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}y^k\right)=\sum_{j=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{j!k!}x^jy^k$.
2. $z=1+x+y$.
3. $f(x,y)=1-\frac{1}{2}(x+\frac{\pi}{2})^2-\frac{\pi}{2}(x+\frac{\pi}{2})(y+1)-\frac{\pi^2}{8}(y+1)^2+R_3$.
4. $z=1$.
5. $f(x,y)=\ln(1+(x+y))=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k-1}}{k}(x+y)^k=(x+y)-\frac{1}{2}(x^2+2xy+y^2)+R_3$.

9.2 例題に似た問題

略解

1. $f_x(x,y)=3x^2+3y$, $f_y(x,y)=3y^2+3x$, $f_{xx}(x,y)=6x$, $f_{xy}(x,y)=3$, $f_{yy}(x,y)=6y$.
2. $f(x,y)=55+21(x-2)+33(y-3)+\frac{1}{2}(12(x-2)^2+6(x-2)(y-3)+18(y-3)^2)+R_3$.
3. $f_x(a,b)=f_y(a,b)=0$ を (a,b) について解くと, $(a,b)=(0,0),(-1,-1)$.
4. $f(x,y)=2+3(x-0)(y-0)+R_3$. これは極値でないことに気づくかも. $f(x,y)=3-3(x+1)^2+3(x+1)(y+1)-3(y+1)^2+R_3$. これは実は極大になっています.

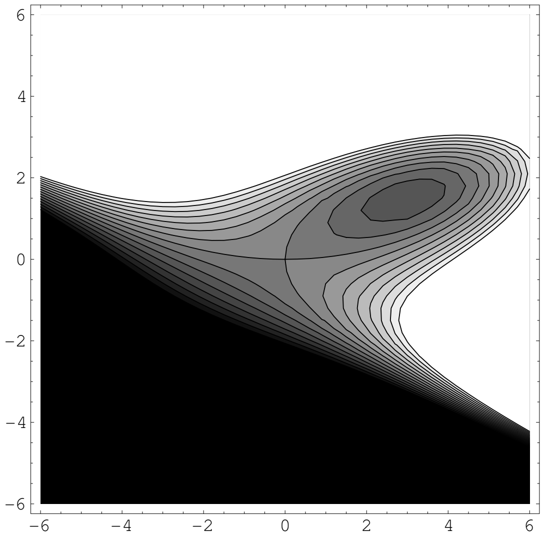
`http://hig3.net/`(講義のページもここからたどれます), `http://www.a.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`
`tel:0775437514` 数理情報学科へや:1 号館 5 階 502.

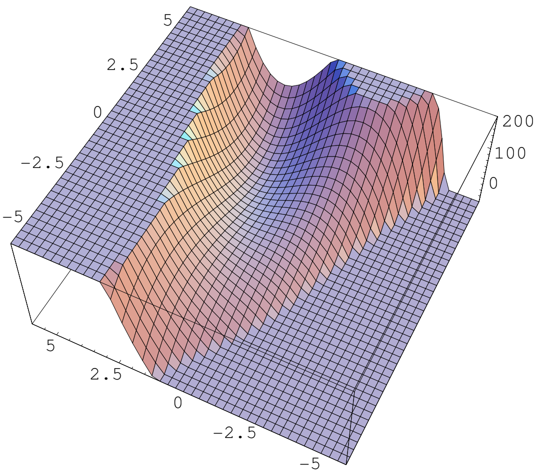
9.3　2 変数関数の極大極小

略解

1. $f_x = f_y = (0, 0)$ となるのは, $(x, y) = (0, 0), (\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$. 実は $(0, 0)$ は極大でも極小でもなく, $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ は極小.

2. 直線 $y = x$ 上のすべての点.





目次 前回 次回 今回の問題