

微積分 演習 (情報メディア学科1年次科目)

樋口さぶろお¹ 配布: 2006-10-26 Wed 更新: Time-stamp: "2006-12-14 Thu 07:55 JST hig"

$i \in \mathbb{C}$ は虚数単位, $z \in \mathbb{C}$, $x \in \mathbb{R}$ です.

4 複素平面とオイラーの公式

薩摩 p.13-15, 薩摩 p.35

4.1 お奨め問題

複素数 $z_1 = e^{1-\frac{\pi}{3}i}$, $z_2 = 1 - i$ を考える.

1. z_1 の実部, 虚部を求めよう.
2. $|z_2|$ と $\text{Arg } z_2$ を求めよう.
3. $(z_2)^{-10}$ の実部, 虚部を求めよう.
4. $z_1 \times z_2$ の絶対値と偏角を求めよう.
5. $\text{Re}(z_1 + z_2)$, $\text{Im}(z_1 + z_2)$ を求めよう.
6. 複素数 $z_3 = \frac{1-i}{1+i}$ の実部, 虚部, 絶対値, 偏角を求めよう.

4.2 オイラーの公式

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} |e^{(-1+i)x}|$ を求めよう.
2. $\frac{d}{dx}(xe^{(1-i)x})$ を求めよう.
3. $|\frac{d}{dx}e^{(1+i)x}|$ を求めよう.
4. $\frac{d^{100}}{dx^{100}}(e^{2x} \cos(3x))$ を求めよう.
5. $z = e^{1-\frac{\pi}{3}i}$ に対して, $\frac{1}{z^{100}}$ の実部, 虚部を求めよう.

¹Copyright ©2003-2006 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

4.3 実部, 虚部, 絶対値, 偏角

1. 複素数 $z = 1 + \sqrt{3}i$ の絶対値と偏角を求めよう.
2. 複素数 $z = e^{2+\frac{\pi}{6}i}$ の実部と虚部を求めよう.
3. 複素数 $z = (1+i)(1-i)$ の実部, 虚部, 絶対値, 偏角を求めよう.

4.4 チャレンジ問題: ドモアブルの公式

1. $n = 0, 1, 2, \dots, \theta \in \mathbb{R}$ に対して, 式 $\cos n\theta + i \sin n\theta = (\cos \theta + i \sin \theta)^n$ を, ドモアブルの公式という. オイラーの公式を用いて, ドモアブルの公式を証明しよう.
2. $n = 2, n = 3$ に対するドモアブルの公式の右辺を展開して, \sin, \cos の 2 倍角, 3 倍角の公式を導こう.
3. 複素数 $z = e^{\frac{2\pi m}{n}i}$, ただし, $n \in \mathbb{N}, m = 0, 1, \dots, n-1$ が, 1 の (n 個の) n 乗根であることを示そう.
4. $n = 5, 6$ の場合に, 1 の (n 個の) n 乗根を複素平面上に示そう.

5. 関係

$$\sum_{m=0}^{n-1} e^{\frac{2\pi m}{n}i} = 0 \quad (4.1)$$

を示そう.

教科書のお奨め問題

薩摩 p.26 第 1 章演習問題 [5], 薩摩 p.49 第 2 章演習問題 [2][3].



お知らせ

<http://hig3.net>

複素数電卓の携帯アプリ

hig3.net > 微積分 演習 > 複素平面と演算

情報メディア学科のチューター

各科目の内容, 勉強のしかたなど, 何でも質問にお答えします.
予約不要, 無料です.

火水木 12:30-13:30 コラボレーション演習室

金 12:30-13:30 7号館2階 情報演習室 11

もちろん, 微積分 演習に関することは樋口に質問してもらってもいいです.

オフィスアワーは樋口が在室 (1-502/539) して, 授業についての質問にお答えする時間です. お気軽にどうぞ.

曜	時間	部屋	科目
金	13:30-15:00	1-502	何でも
木	18:20-19:30	1-539	何でも