計算科学/実習[1] 龍谷大学理工学部数理情報学科 2002 年 07 月 12 日 樋口さぶろお[2]

13　先週の quiz の略解

13.1

いずれの場合にも, 境界条件と, $\min_{0\le x\le 1} f(x,t)$ が t に関して単調増加 (1. では一定) であることと, $\max_{0\le x\le 1} f(x,t)$ が t に関して単調減少であることとに注意して描く. 極限 $t\to+\infty$ では, $\frac{\partial f}{\partial t}=0$ を満たす f に近づくと推測されるが, それは $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=0$, すなわち f が x の 1 次関数 (正確には, 1 次以下の関数) であることを意味する.

1. 極限 $t\to+\infty$ では, 境界条件を満たす 1 次関数である $f=0$ に近づく.

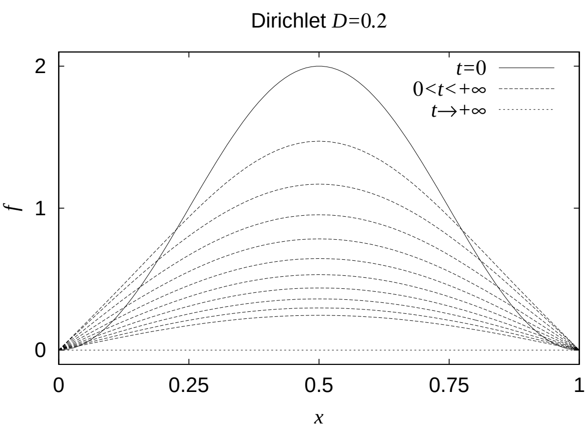
   位置 $x=x_0$ を固定したときに, $f(x_0,t)$ が単調とは限らないことに注意. 計算なしにそこまで正確に描くのは困難だが, 図の $D=0.2$ の場合, $x_0=0.1, 0.9$ あたりではいったん増加してから減少している.

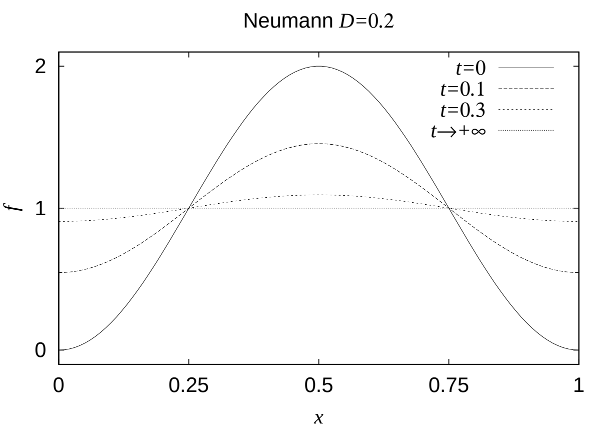
2. 境界条件は, $x=0,1$ でグラフの接線が水平であることを意味する.

   また, 境界条件より熱量が保存し, 熱量 $Q(t)=\int_0^1 f(x,t)\mathrm{d}$ が t によらずに $Q(t)=1$ と一定になることにも注意する.

   極限 $t\to+\infty$ で, $Q(t)=1$ と境界条件とを満たす 1 次関数である $f=1$ に近づく.

   なお, 第 12 回の quiz から, $f(x,t)=1-\mathrm{e}^{-(2\pi)^2Dt}\cos(2\pi x)$ が厳密な解とわかる.





13.2

1. $D\cdot\frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}\le\frac{1}{2}$

2. t 方向に T(=`tinterval`) 個に分割するとすると, 上の条件から,

$$0.1\cdot\frac{10/T}{0.01^2}\le\frac{1}{2}$$

   より, $T\ge 20000$. したがって, 20000 個以上の区間に分割すればよい.(問題文の訂正: $v=0.1$ でなく $D=0.1$ でした.)

[1] `http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/compsci/`

[2] `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`,
へや 1-508, でんわ 077-543-7501