計算科学/実習[1] 龍谷大学理工学部数理情報学科 2002 年 07 月 12 日樋口さぶろお[2]

12 先週の quiz の略解

1. 解である. 左辺 = 右辺 $= -k^2 D\mathrm{e}^{-k^2 Dt}\cos(kx)$.

2. 解である.

$$
\begin{aligned}
\text{右辺} =& D\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\frac{-x}{2Dt}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{4Dt}}\right)\\
=& D\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\frac{-x}{2Dt}\right)\cdot\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{4Dt}} + D\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\frac{-x}{2Dt}\right)\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{4Dt}}\right)\\
=& \left(-\frac{1}{2}t^{-3/2} + \frac{1}{4D}x^2 t^{-5/2}\right)\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{4Dt}}\\
\text{左辺} =& \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right)\cdot\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{4Dt}} + \frac{1}{\sqrt{t}}\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{4Dt}}\\
=& -\frac{1}{2}t^{-3/2}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{4Dt}} + \frac{1}{\sqrt{t}}\,\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{4Dt}}\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)
\end{aligned}
$$

図は, `http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/course/compsci/12/a12.nb` 参照.

お知らせ 期末試験 7 月 26 日 (金)2 講時. 通年の成績の 30%. 持ち込み不可.
範囲と出題の方針:
主に拡散方程式に関する問題です.
波動方程式については, 拡散方程式の比較対象として言及するだけです.
Java の文法を知らないとできないような問題は出しません.

次回予告 後期は 前期と独立な内容です. C と OpenGL で確率モデルとランダムな現象を調べる予定です. 伝染病の蔓延, 油田の採掘, 株価の変動など. フラクタルやセルオートマトンも出てきます. お楽しみにね.

[1] `http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/compsci/`

[2] `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`,
へや 1-508, でんわ 077-543-7501

13　今週の quiz

13.1

区間 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq t < \infty$ で, 拡散方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t}(x,t) = D \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,t) \tag{1}$$

($D > 0$ は定数) を考える．初期条件を, $f(x,0) = 1 - \cos(2\pi x)$ とする．次の 2 つの場合にそれぞれ, $t = 0$ のとき, $0 < t < +\infty$ でそれなりの大きさのとき, および $t \to \infty$ での, $f(x,t)$ のグラフを, 縦軸 f 横軸 x で重ねて描こう (式の計算でなく直観で).

1. $x = 0, 1$ にディリクレ境界条件 $f(0,t) = f(1,t) = 0$ が課されているとき.
2. $x = 0, 1$ にノイマン境界条件 $\frac{\partial f}{\partial x}(0,t) = \frac{\partial f}{\partial x}(1,t) = 0$ が課されているとき.

13.2

拡散方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t}(x,t) = D \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,t) \tag{2}$$

($D > 0$ は定数) の (実習で使用していた) 陽解法を考えよう.

1. x 方向の刻みを Δx, t 方向の刻みを Δt としよう．差分解法が安定であるための条件を書こう (理由は省略してよい).
2. $D = 0.1$ のとき, 領域 $0 \leq x \leq 1$ で, $\Delta x = 0.01$ で解くとしよう．$t = 0$ で初期条件を与えて, $t = 10$ までの f の値を陽解法で安定に計算するには, t 方向には, いくつの点に分割すればよいか答えよう.