

16 先週の quiz

16.1

$x \mapsto x + 1$ が 3 回, $x \mapsto x - 1$ が 2 回おこった場合なので,

$${}_5C_2 p^3 q^2 = \binom{5}{2} p^3 q^2 = \frac{5!}{3!2!} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{40}{243}. \quad (1)$$

16.2

1. 漸化式の両辺に $\sum_{x=-\infty}^{+\infty} s^x \times$ を ‘かける’ と,

$$\text{左辺} = \sum_{x=-\infty}^{+\infty} s^x \cdot P(x, t+1) = Z(s, t+1) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{右辺} &= \frac{1}{3}s \sum_{x=-\infty}^{+\infty} s^{x-1} \cdot P(x-1, t) \\ &\quad + \frac{1}{6} \sum_{x=-\infty}^{+\infty} s^x \cdot P(x, t) + \frac{1}{2}s^{-1} \sum_{x=-\infty}^{+\infty} s^{x+1} \cdot P(x+1, t) \end{aligned} \quad (3)$$

$$= \left(\frac{1}{3}s + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}s^{-1}\right) Z(s, t) \quad (4)$$

これは, t に関して, 公比 $\left(\frac{1}{3}s + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}s^{-1}\right)$, 初項 $Z(s, 0) = \sum_{x=-\infty}^{+\infty} \delta_{x,0} = 1$ の等比数列で,

$$Z(s, t) = \left(\frac{1}{3}s + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}s^{-1}\right)^t \quad (5)$$

2. $\mu = \frac{\partial}{\partial \alpha} Z(e^\alpha, t)|_{\alpha=0} = t \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right] \cdot 1^{t-1} = -\frac{t}{6}.$

3. 積の微分法に注意して,

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \sum x^2 P(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} Z(e^\alpha, t)|_{\alpha=0} \\ &= t(t-1) \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right]^2 \cdot 1^{t-2} + t\left[\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right] \cdot 1^{t-1} \\ &= \dots = \frac{1}{36}t^2 + \frac{29}{36}t. \end{aligned} \quad (6)$$

よって分散は $E(X^2) - E(X)^2 = \frac{1}{36}t^2 + \frac{29}{36}t - \left(-\frac{t}{6}\right)^2 = \frac{29}{36}t.$

¹<http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/compsci/>

²<mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>, <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/>,
 へや 1-508, でんわ 077-543-7501

17 今週の quiz

17.1

確率密度関数

$$p(x) = \begin{cases} 2x & (0 < x \leq 1) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases} \quad (7)$$

で与えられる連続分布を考えよう.

1. $\frac{1}{3} \leq x < \frac{1}{2}$ となる確率を求めよう
2. 累積分布関数 $F(x)$ を求めよう.

17.2

次の確率密度関数 $p(x)$ にそれぞれ従う乱数 x を返す `double random1(void)`, を C 言語で書こう. ただし, $[0.0, 1.0)$ 一様乱数を返す `double get_uniform_random(void)` は与えられたものとして使ってよい. また, `seed` のことは気にしなくてよい.

$$p(x) = \begin{cases} 2x & (0 < x \leq 1) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases} \quad (8)$$