計算科学/実習[1] 龍谷大学理工学部数理情報学科 2003 年 01 月 16 日樋口さぶろお[2]

27 先週の quiz

1. 整数値のみをとる確率変数なので (したがって, 確率密度でなく確率が与えられているので) 平均は積分でなく和で計算する.

$$
\begin{aligned}
E(K) &= \sum_{k=0}^{\infty} kP(k) \\
&= \sum_{k=0}^{\infty} k\frac{\lambda^k}{k!}\mathrm{e}^{-\lambda} \\
&= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}\cdot\lambda}{(k-1)!}\mathrm{e}^{-\lambda} \\
&= \sum_{\ell=0}^{\infty} \lambda\cdot\frac{\lambda^\ell}{\ell!}\mathrm{e}^{-\lambda} \\
&= \lambda\cdot\mathrm{e}^{-\lambda}\sum_{\ell=0}^{\infty}\frac{\lambda^\ell}{\ell!} \\
&= \lambda\cdot\mathrm{e}^{-\lambda}\mathrm{e}^{\lambda} = \lambda
\end{aligned}
\tag{1}
$$

   途中で $\ell = k-1$ とおいた.

2. 確率密度は,

$$
p(x) = \begin{cases} 0 & (x<0) \\ \lambda\mathrm{e}^{-\lambda x} & \end{cases}
\tag{2}
$$

   なので,

$$
\begin{aligned}
E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} x\cdot p(x)\mathrm{d}x \\
&= \int_{-\infty}^{0} x\cdot 0\mathrm{d}x + \int_{0}^{+\infty} x\cdot\lambda\mathrm{e}^{-\lambda x}\mathrm{d}x \\
&= \left[x\frac{\lambda}{-\lambda}\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty}\left(-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}x\right)\mathrm{e}^{-\lambda x}\mathrm{d}x \\
&= \int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-\lambda x}\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{-\lambda}\mathrm{e}^{-\lambda x}\right]_0^{\infty} = -\frac{1}{\lambda}(0-1) = \frac{1}{\lambda}
\end{aligned}
\tag{3}
$$

   部分積分を使った. 分散についても考えてみよう.

[1] `http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/compsci/`

[2] `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`, へや 1-508, でんわ 077-543-7501