

ランダムウォークと離散型確率分布にしたがう擬似乱数

樋口さぶろお

龍谷大学工学部数理情報学科

計算科学☆実習 B L01(2018-04-10 Tue)

最終更新: Time-stamp: "2018-04-10 Tue 19:17 JST hig"

今日の目標

- ランダムウォークとは何か説明できる
- Cで離散型確率分布にしたがう擬似乱数を生成できる



<http://hig3.net>

ここまで来たよ

- **はじめに**
 - この授業どんなのり?

- ① **ランダムウォークと離散型確率分布にしたがう擬似乱数**
 - ランダムウォーク
 - 擬似乱数
 - 離散型確率分布にしたがう擬似乱数

科目の目標

もう少し正確にはシラバスを見てね.

- 現象の確率モデルとは何か, 確率過程とは何か, 例をあげて説明できる.
- 確率モデルをオイラー表示とラグランジュ表示で表現し, 量を計算することができる.
- 確率モデルのシミュレーション (まあモンテカルロシミュレーション) のプログラムを作成し, その実行結果から, 表計算ソフトウェア・統計ソフトウェアを用いて統計的推定を行うことができる
- ∴
- チームで協力して問題を解決できる, 効率よく質問できる, 自分の学習方法を改善できる

どんな人のための科目?

計算科学☆実習 B を履修した方がいい人

- 確率過程 (=時間に依存する確率的現象) を知りたい人
- 微分方程式 (決定論的モデル) が見ていない, 残り半分の世界を確率論的モデルで見たい人
- モデル駆動の研究が見ていない, データ駆動の研究の世界を見たい人
- 偶然性のあるゲームを仕組みからわかって作りたい人
- 確率を, プログラム作成の中で実感したい人
- ランダムアルゴリズムが使えるようになりたい人
- コンピュータでデータの解析ができるようになりたい人

計算科学☆実習 B を履修しない方がいい人

- (単位をとっているかどうかに関わらず) 確率統計☆演習 I, 数値計算法及び実習がぜんぜんわかってない感がある人, この機会にわかろうという決意のない人

科目ののり

難しくありませんが、注文が多くめんどくさい科目です…

成績計算 科目の成績 100 ピーナッツは

- 25 ピーナッツ:平常点. 毎回授業での quiz, 授業時間外の予習復習.
 - ▶ だいたい 10 講義の Quiz ほか
 - ▶ だいたい 15 実習時間内の課題提出 TA の現場チェックでなく教員の提出プログラムチェック. TA は間違いの発見に努めますが, 「それで OK」とは言いません.
- 40 ピーナッツ:プチテスト群
 - ▶ 20 紙のプチテスト
 - ▶ 20=5+15 プログラミング実技の非参照非相談プチテスト
- 15 ピーナッツ:プロジェクトとプレゼンテーション (2回 5+10)
- 20 ピーナッツ:紙のファイナルトリアル (外部記憶あり). 参加必須.
- その他追加ピーナッツ. その時に説明.

ファイナルトリアル時点で 40 点未満の方も, (平均点を上げるために) 本試験に参加をおすすめしますが, 追試験は実施しません.

欠席届 典型的には介護等実習

ピーナッツ的に考慮されたい場合は、専用用紙に事情を説明する書類を貼って、授業前後各5分に提出(事前事後とも可. ファイナルトライアルが締切). 何回欠席しても期末試験受験資格を失うことはありませんが、自分で追いついてね.

チーム活動のある回は、メンバーと樋口に欠席を事前に連絡、分担を調整
資料授業で配布. 授業後に欲しい人は <http://hig3.net> から各自ダウンロード. 1-503 前のレターボックスに残ってることも.

教科書 西川 コア・テキスト確率統計. 確率統計☆演習 I(2017)L00 と同じ. 西川確率統計

で言及.

担当者ののり

- なまえ: 樋口さぶろお hig-compsci@math.ryukoku.ac.jp
- へや: 1-502
- オフィスアワー: 木 6(1-539), 金昼 (1-542, 実習の前から開けてます).
訪問歓迎な時間: 月火木昼 (1-502). お弁当持参歓迎. お湯あげます.
- Web ページ: <http://hig3.net>

科目の1週間のタイムライン

- ① 火 17:00 予習復習問題 (e ラーニング) の一部の回答締切. 何度でも. 最高点.
- ② 火 5 講義的 (7-001), Quiz(相談参照あり)
- ③ このころ実習の課題公開
- ④ 水 24:00(?) 先週の課題の一部の提出締切
- ⑤ 金 13:35 予習復習問題 (e ラーニング) の一部の回答締切.
- ⑥ 金 3 実習的 (1-542),
- ⑦ 金 23:55 今週の課題の一部の提出締切

実習室に行ったら, <http://hig3.net> → 計算科学☆実習 B へ.
実習室でやるときイヤフォン必須.

ここまで来たよ

● はじめに

- この授業どんなのり?

① ランダムウォークと離散型確率分布にしたがう擬似乱数

- ランダムウォーク
- 擬似乱数
- 離散型確率分布にしたがう擬似乱数

C 言語で数列の計算

数列 $\{X(t)\}$ を定義の例.

数値計算法

漸化式 $X(t) = X(t-1) + R(t)$ ($t = 1, 2, \dots$), 初項 $X(0) = a$.

階差数列の計算と出力

```
1  int x, r, t;
2
3  t=0;
4  x=a;
5
6  printf("%d,%d\n", t, x); /* t=0を特別扱い */
7  for (t=1; t<=100; t++){
8      r=R(t); /* 階差数列 */
9      x=x+r; /* X(t) を求めた */
10     printf("%d,%d\n", t, x);
11 }
```

`int R(int t){return 3;}` なら $X(t)$ は初項 公差 の等差数列.

ランダムウォーク (確率過程の例)

$X(t)$ がランダムウォークの座標

⇔ 階差数列 $R(t)$ が独立同分布にしたがう



現象の数理 A

例.

$R(t)$	確率
+1	p
-1	$q(= 1 - p)$

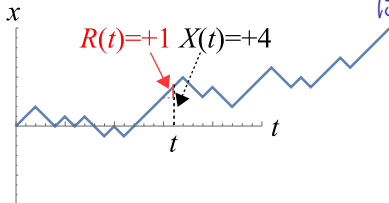


西川確率統計 §2.1.2 定義 2.3 ベルヌーイ分布

確率統計☆演習 I(2017)L05

<https://www.youtube.com/watch?v=l-qIcv7M7pc&t=720s>

ランダムウォークってどんなところ
に出てくる?



- 株価変動
- ブラウン運動
-

ここまで来たよ

- はじめに
 - この授業どんなのり?
- ① ランダムウォークと離散型確率分布にしたがう擬似乱数
 - ランダムウォーク
 - 擬似乱数
 - 離散型確率分布にしたがう擬似乱数

離散型確率分布にしたがう擬似乱数列の生成

モンテカル口法

確率的/決定的な量を計算するのに、確率変数の標本抽出を実際にコンピュータで **(擬似) 乱数** ((pseudo) random number) を使って行う方法

(擬似) 乱数列

ある確率変数の標本になってる数列=ランダムな数列. サイコロ (やコンピュータや乱数表) を使って作られる.

離散型擬似乱数列=ある **離散型**確率変数… 西川確率統計 §2 確率統計☆演習 I(2017)L05
離散型確率分布にしたがう $R(t)$ の擬似乱数列を C 言語で生成しよう.

C 言語での乱数の使い方

C 言語のライブラリ `stdlib.h` を `include` すると使える関数.

```

1 int rand (); /* 0以上 RAND_MAX以下の整数を
2             同確率 1/(1+RAND_MAX) で返す関数 */
3 void srand(unsigned seed); /* その初期化. まで次回以降. */

```

次のように定義した関数は, 連続型確率分布 $U(0, 1)$ にしたがう擬似乱数列を返す. 毎回返り値が異なる. 理由後回し.

学習用で '低品質'. Linux, macOS では高品質な `drand48()` や `mt=メルセンヌツイスター`

```

1 double getuniform(){ /* [0,1) 一様乱数 */
2     return rand()/(1.0+RAND_MAX);
3 }

```

典型的使い方.

```

1 int seed=何か;
2 srand(seed)
3 for(){
4     r=getuniform(); /* 0以上1未満の小数を同じ確からしさで */
5 }

```

連続型確率変数の復習

西川確率統計 §3 確率統計☆演習 I(2017)L08

X : 連続型確率変数の確率分布は、確率密度関数 $f(x) \geq 0$ で指定される。

確率密度関数から事象の確率を求める

$$P(\text{事象}) = P(\text{条件}) = E[\mathbf{1}_{[\text{条件}]}(X)]$$

$$P(a \leq X < b) = E[\mathbf{1}_{[a \leq X < b]}(X)]$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \mathbf{1}_{[a \leq X < b]}(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

一様分布 $U(0, 1)$

西川確率統計 §3.3.2 定義 3.4 確率統計☆演習 I(2017)L08

$$\text{確率密度関数 } f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x < 1) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}.$$

L01-Q1

Quiz(連続的な確率変数の母平均値・母分散・母標準偏差・確率(一様分布))

連続型確率変数 X は次の確率密度関数 $f(x)$ に従う.

$$f(x) = \begin{cases} 2 & (\frac{5}{2} \leq x < 3) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

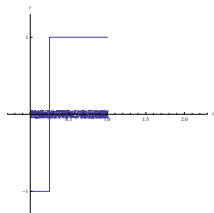
- ① 母期待値 $E[\cos(\pi X)]$ を求めよう.
- ② 確率 $P(\frac{22}{8} < X < \frac{23}{8})$ を求めよう.

ある確率で ± 1 を返したい!離散型確率変数 X .

$$\text{確率関数 } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & (x = -1) \\ \frac{3}{4} & (x = +1) \end{cases}$$

```

1  /* 引数 y が [0, 1) 一様乱数なら,
2     getrandom の戻り値は
3     確率 1/4 で -1, 確率 3/4 で +1 */
4  int getrandom(double y){
5     if( y < 0.25){
6         return -1;
7     } else {
8         return +1;
9     }
10 }
```



```
r=getrandom(getuniform());
```


ソースコード 1: 擬似乱数

```
1 /*
2 rand1.c --- -1 or +1 を確率1/4, 3/4で選ぶ乱数
3 Time-stamp: "2018-04-15 Sun 14:11 JST hig"
4 */
5 #define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS // Visual C++用おまじない
6 #include <stdio.h>
7 #include <stdlib.h> /* srand(), rand() を使うのに必要 */
8
9 /* 関数プロトタイプ宣言 */
10 double getuniform();
11 int getrandom(double y);
12
13 int main(){
14     int seed; /* 擬似乱数のシード */
15     int n; /* カウンタ 標本内通し番号*/
16     int nmax=100; /* 擬似乱数を得る回数=サンプルサイズN */
17
18     scanf("%d",&seed);
19     srand(seed); /* シードの設定 */
20     for(n=0;n<nmax;t++){ /* 数式とnは1ずつれてる*/
21         /* srand(seed); /* ここに置く? */
22         printf("%d,%f\n",getrandom(getuniform()));
23     }
24     return 0;
25 }
26
27 /** [0,1) 一様擬似乱数を返す */
28 double getuniform(){
29     return rand()/(RAND_MAX+1.0);
30 }
31
32 /** -1 or +1 を確率1/4, 3/4 で返す乱数 */
33 int getrandom(double y){
34     if( y < 0.25 ){
35         return -1;
36     } else {
37         return +1;
38     }
39 }
```

マイいかさまコイン関数を書こう

L01-Q2

Quiz(擬似乱数の使いかた)

引数 y として $[0, 1)$ 一様乱数が与えられたとき, 下の確率で値を返す `double getrandom(double y)` を, サンプルプログラムを参考に書こう.

返り値	確率
0.6	0.7
0.4	0.3

ここまで来たよ

● はじめに

- この授業どんなのり?

① ランダムウォークと離散型確率分布にしたがう擬似乱数

- ランダムウォーク
- 擬似乱数
- 離散型確率分布にしたがう擬似乱数

マイいかさま三角エンピツ関数を書こう

L01-Q3

Quiz(離散的な乱数の生成)

離散的確率変数 R の確率分布は次であたえられる。

$$f(r) = \begin{cases} \frac{2}{8} & (r = 1) \\ \frac{1}{8} & (r = 2) \\ \frac{5}{8} & (r = 3) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}.$$

引数 y として $[0, 1)$ 一様乱数を与えるとき, 上の確率分布に従う乱数 r を返す関数

`int getrandom(double y)` を定義しよう。

$a \leq y < b$ のとき, 1 を返すとすると, 1 が返される確率は $\int_a^b 1 \, dx$.

動画解説

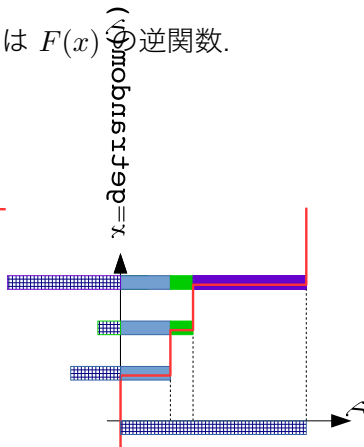
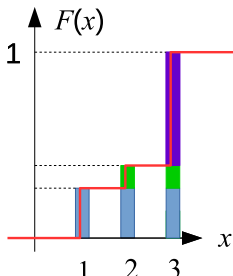
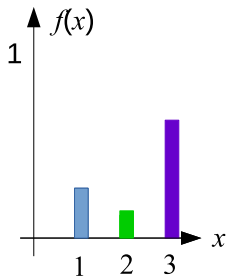


コース後半に自然につながるやり方 (逆関数法) の紹介

長さ 1 を, 棒の長さにあわせて場合分け.

$$\text{累積分布関数 } F(x) = \sum_{x'=-\infty}^x f(x')$$

けっきょく, `int getRandom(double y)` は $F(x)$ の逆関数.



L01-Q4

Quiz(期待値)

離散型確率変数 R は, 値 $R = 0$ を確率 $2/13$ で, 値 $R = 3$ を確率 $4/13$ で, 値 $R = 4$ を確率 $7/13$ でとる.

引数 y として $[0, 1)$ 一様乱数を与えるとき, 上の確率分布に従う乱数 r を返す関数 `int getrandom(double y)` を定義しよう.

Quiz 提出方法

Quiz の提出はスマホで撮って Learn Math Moodle へ.

<https://learn.math.ryukoku.ac.jp/moodle>



- 課題
- 課題を追加する
- 紙アイコンまたはドラッグ・アンド・ドロップエリアの下向きアイコンをクリック
- 長方形のアイコン (ファイル)
- 写真 or フォトライブラリ
- このファイルをアップロードする
- 変更を保存する

アプリもあります. 'Moodle Mobile' も便利. AppStore, Google Play



スキャナアプリで撮って, きれいな白黒 PDF にして提出してくれるとうれしい. おすすめ: CamScanner



- 2018-04-13 金 3 実習 教科書・イヤフォン持参
- 2018-04-27 金 3 実習の春のプチテスト
- チューター/Math ラウンジ 月火水木昼 1-614
- 2018-06-17 統計検定の瀬田学舎団体受験