電磁気学II[1] 中間試験解答例

龍谷大学理工学部数理情報学科 2001 年 5 月 29 日 樋口さぶろお[2]

1 直線電流の間にはたらく力

距離 R で平行な無限に長い直線電流 I, I' の間にはたらく力は大きさ $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{II'}{R}$. a に b が及ぼす力は, $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{II}{R}$ の引力 c が及ぼす力は, $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{II}{2R}$ の引力. 合力は右方向へ大きさ $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{3}{2}\frac{I^2}{R}$.

2 磁場中の直線電流にはたらく力

電流の向きの単位ベクトルは $\mathbf{t} = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$. よって, 単位長さあたりに受ける力 $\mathbf{f}$ は,

$$\mathbf{f} = I\mathbf{t} \times \mathbf{B} = (0, 0, \tfrac{1}{2}IB). \tag{1}$$

3 直線電流の作る磁場

右向きの電流が $(R, 0, 0)$ につくる磁束密度は, 向きは右ねじの法則より z 軸の正の向き, 大きさは, 距離 R なので, $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R}$.
同様に下向きの電流は, z 軸の正の向きで, 大きさ $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{2R}$ の磁束密度をつくる.
よって, $(R, 0, 0)$ に生じる磁束密度は, 大きさ $\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{3}{2}\frac{I}{R}$, z 軸の正の向き.

4 ビオ-サバールの法則

1. 回路 C を流れる電流の大きさを I, 位置 $\mathbf{r}'$ での電流の向きの単位ベクトルを $\mathbf{t}(\mathbf{r}')$ とするとき, 点 $\mathbf{r}$ での磁束密度 $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ は,

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\mathrm{C}} \frac{I\mathbf{t}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} ds'. \tag{2}$$

2. 上の式を使って, この一辺が $(0, 0, 0)$ につくる磁束密度 $\mathbf{B}_0$ は,

$$\mathbf{B}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-\sqrt{3}R}^{+\sqrt{3}R} \frac{I\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}x'\\R\\0\end{pmatrix}}{(x'^2 + R^2)^{3/2}} dx' = \frac{\mu_0 IR}{4\pi}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\int_{-\sqrt{3}R}^{+\sqrt{3}R} \frac{dx'}{(x'^2 + R^2)^{3/2}} \tag{3}$$

積分は, $x' = R\tan\theta$ と変数変換すると,

$$\int_{-\pi/3}^{+\pi/3} \frac{\frac{R}{\cos^2\theta}d\theta}{\frac{R^3}{\cos^3\theta}} = \int_{-\pi/3}^{+\pi/3} \cos\theta d\theta = \frac{\sqrt{3}}{R^2} \tag{4}$$

よって, $\mathbf{B}_0$ は, z 軸の正の向きで大きさ $\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\sqrt{3}}{R}$.

3. 各辺から同じ寄与があるので, 磁束密度は, z 軸の正の向きで大きさ $\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{3\sqrt{3}}{R}$.

---

[1] `http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/elemag2/`

[2] `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`, へや 1-508, でんわ 077-543-7501