電磁気学 II[1]　龍谷大学理工学部数理情報学科　2001 年 7 月 3 日　樋口さぶろお[2]

12　先週の quiz の答

12.1　交流回路

1. 複素インピーダンスは, $\tilde{Z} = R - i/(\omega C)$.
2. 求める電流 $I(t)$ は,

$$I(t) = \mathrm{Re}\,\frac{\phi_0 \mathrm{e}^{i\omega t}}{\tilde{Z}} = \frac{\phi_0}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}} \cos(\omega t - \theta), \quad \text{ただし}, \tan\theta = -\frac{1}{\omega RC}. \tag{1}$$

12.2　RLC 回路

時刻 t にコンデンサーの極板にある電荷を $\pm Q(t)$ とする. 方程式

$$L\ddot{Q}(t) + R\dot{Q}(t) + \frac{1}{C} Q(t) = 0 \tag{2}$$

を, 初期条件 $Q(0) = Q, \dot{Q}(0) = I(0) = 0$ のもとで解くと, $\lambda_\pm = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4L/C}}{2L}$ を用いて,

$$Q(t) = Q \cdot \frac{1}{\lambda_+ - \lambda_-} (-\lambda_- \mathrm{e}^{\lambda_+ t} + \lambda_+ \mathrm{e}^{\lambda_- t}), \tag{3}$$

$$I(t) = \dot{Q}(t) = Q \cdot \frac{\lambda_+ \lambda_-}{\lambda_+ - \lambda_-} (-\mathrm{e}^{\lambda_+ t} + \mathrm{e}^{\lambda_- t}). \tag{4}$$

[1] `http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/elemag2/`

[2] `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`, へや 1-508, でんわ 077-543-7501

きょうの要点: マクスウェルの方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho(\mathbf{r},t) \qquad \text{ガウスの法則 (3.9)} \tag{5}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = 0 \qquad \text{磁場のガウスの法則 (6.32)} \tag{6}$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r},t) - \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{r},t) \qquad \text{アンペールの法則 (8.9)} \tag{7}$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r},t)}{\partial t} = 0 \qquad \text{ファラデーの電磁誘導の法則 (7.15)} \tag{8}$$

13　きょうの quiz

時間変化する軸対称な電場

$$\mathbf{E}(x,y,z,t) = \mathbf{e}_z \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{R}{(R^2+x^2+y^2)^{3/2}} q\cos\omega t \tag{9}$$

がある. $R, q, \omega > 0$ は定数. 電流はないものとする.

1. 変位電流 $\mathbf{i}_\mathrm{d}(x,y,z,t) = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(x,y,z,t)}{\partial t}$ を求めよ.
2. アンペールの法則 (の積分形) を用いて, 電場のこの時間変化によって生じる磁束密度 $\mathbf{B}(x,y,z,t)$ を求めよ.