電磁気学 II[1] 龍谷大学理工学部数理情報学科 2001 年 7 月 10 日 樋口さぶろお[2]

期末試験出題予定

1. アンペールの法則
2. 電磁誘導
3. 回路 (RLC 回路, 交流)
4. 選択 (中間試験範囲からの出題 またはマクスウェル方程式と電磁波)

この講義でやれないこと

電磁場のエネルギー保存の式

$$\frac{\partial u(\mathbf{r},t)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{S}(\mathbf{r},t) = -w(\mathbf{r},t). \tag{1}$$

ここで,

$$\begin{aligned} u(\mathbf{r},t) =& \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r},t)\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}(\mathbf{r},t)\cdot\mathbf{B}(\mathbf{r},t)\right) && \text{電磁場のエネルギー密度} \\ \mathbf{S}(\mathbf{r},t) =& \mathbf{E}(\mathbf{r},t)\times\frac{1}{\mu_0}\mathbf{B}(\mathbf{r},t) && \text{電磁場のエネルギー流れ密度} \\ w(\mathbf{r},t) =& \mathbf{E}(\mathbf{r},t)\cdot\mathbf{i}(\mathbf{r},t) && \text{単位体積時間に電磁場のする仕事} \end{aligned}$$

13 先週の quiz の答

13.1 変位電流と磁場

1.

$$\mathbf{i}_{\mathrm{d}}(x,y,z,t) = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(x,y,z,t)}{\partial t} = \mathbf{e}_z \frac{1}{4\pi}\frac{R}{(R^2+x^2+y^2)^{3/2}} q\cdot(-\omega \sin \omega t) \tag{2}$$

2. 磁束密度は曲線 $x^2+y^2=r^2$ の接線方向で, その大きさ (z 軸の正の方向に進む右ねじの向きを正とする) B は, $\sqrt{x^2+y^2}$ だけに依存する.

   曲線 C:$x^2+y^2=r^2$ と, それを境界とする面 S:$x^2+y^2 \leq r^2, z=$ 一定 にアンペールの法則を適用して,

$$\int_{\mathrm{C}} \mathbf{B}\cdot\mathbf{t}ds = \mu_0 \int_{\mathrm{S}} \mathbf{i}_{\mathrm{d}}\cdot\mathbf{n}dS \tag{3}$$

[1] http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/elemag2/

[2] mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp, http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/, へや 1-508, でんわ 077-543-7501

すなわち

$$2\pi r B(r) = \mu_0 \int_0^r 2\pi r' dr' \frac{1}{4\pi} \frac{R}{(R^2 + r'^2)^{3/2}} q \cdot (-\omega \sin \omega t) \tag{4}$$

よって,

$$B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi r} \left(1 - (1 + (r/R)^2)^{-1/2}\right) q \cdot (-\omega \sin \omega t) \tag{5}$$

先週の要点: マクスウェルの方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho(\mathbf{r},t) \qquad \text{ガウスの法則 (3.9)} \tag{6}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r},t) = 0 \qquad \text{磁場のガウスの法則 (6.32)} \tag{7}$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r},t) - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{r},t) \qquad \text{アンペールの法則 (8.9)} \tag{8}$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r},t)}{\partial t} = 0 \qquad \text{ファラデーの電磁誘導の法則 (7.15)} \tag{9}$$

14　きょうの quiz

14.1　電磁波

真空中を $\pm z$ 方向に進む電磁波の電場を測ったところ,

$$E_x(z,t) = E_0 \cos(k_0(z - ct)) + E_1 \cos(k_1(z + ct)), \tag{10}$$

$$E_y(z,t) = E_0 \sin(k_0(z - ct)), \tag{11}$$

$$E_z(z,t) = 0 \tag{12}$$

となった.

1. 任意の k_0, k_1, E_0, E_1 に対して, この電場が波動方程式

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{13}$$

を満たしていることを確かめよ.

2. 磁束密度 **B** を求めよ.