数理モデル基礎☆演習 I

樋口さぶろお[1] 配布: 2009-04-29 Wed 更新: Time-stamp: "2009-04-30 Thu 15:39 JST hig"

3 完全微分形方程式を解こう!

今日の目標

- 完全微分形方程式かどうか判定できるようになろう
- 完全微分形方程式が解けるようになろう
- 積分因子をかけて完全微分形方程式に変形できるようになろう
- 変数分離型や同次型は完全微分形方程式の特別な場合であることを納得しよう

完全微分形方程式, 完全型微分方程式, 全微分型微分方程式など, 微妙に違う名前で呼ばれていることもあります.

3.1 完全微分形方程式

次の微分方程式が完全微分形方程式であるかどうか判定しよう. もし完全微分形方程式であれば一般解 (ともしあれば特異解) を求めよう. 初期条件が与えられている場合には特解を求めよう.

(1) $2xy^3 + 3x^2y^2\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 0.$

(2) $3x^2 + 4xy + (2y + 2x^2)\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 0, \quad y(0) = 1.$

(3) $3xy + y^2 + (x^2 + xy)\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 0, \quad y(2) = 1.$

3.2 完全微分形方程式

次の微分方程式を完全形に変形して解こう. 初期条件が与えられている場合には定数を決定して特解を求めよう.

(1) $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -\dfrac{3x^2 + 4xy}{2x^2 + 4}, \quad y(1) = 0.$

(2) $3y^4 + 4xy^5 + (4xy^3 + 5x^2y^4)\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 0.$

(3) $(x + 3y^2\mathrm{e}^{-y})\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = -1.$

---

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(講義のページもここからたどれます), へや:1 号館 5 階 502.

今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

一樂-一樂 2.10 (p.66–p.78)

3.3　もっと練習したい人のための問題

二宮先生が作られた問題です.

1. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x - y\sin x}{y^2 - \cos x}$
2. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{e^y}{2y - xe^y}$
3. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1 + x\sqrt{x^2 + y^2}}{y - y\sqrt{x^2 + y^2}}$
4. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{2ye^{-y} - x}$
5. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y - 1/x}{y - x}$
6. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{x + y^2}$
7. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y(1 + xy)}{x}$
8. $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{\cos(xy) + y\sin(xy)}{x\sin(xy)}$
9. $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{x^2 + y^2}{2xy}$
10. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x^3 - y}{x + y^3}$
11. $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2x + 3y + 1}{3x - y}$

目次 | 前回 | 次回 | 今回の解答