

数理モデル基礎 演習 I

樋口さぶろお¹ 配布: 2009-05-20 Wed 更新: Time-stamp: "2009-06-08 Mon 14:17 JST hig"

5 1 階線形微分方程式で食塩水の濃度を求めよう!

今日の目標

- 食塩水にまつわる状況を微分方程式で表せるようになるう!
- 1 階線形微分方程式の解き方にもっと慣れよう!

本当は、濃度の異なる食塩水を混ぜたときには、体積は単純な合計にはならないのですが、この授業では簡単のために合計になることにします。

本当は、度数の異なるお酒を混ぜたときには、体積は単純な合計にはならないのですが、この授業では簡単のために合計になることにします。

5.1 ウォーミングアップ

十分に大きい容器の中に 500ℓ の、体積濃度 $5\text{g}/\ell$ の食塩水を用意する。

1. この食塩水に 体積濃度 $7\text{g}/\ell$ の食塩水 5ℓ を加えてよく混ぜる。その後の食塩水の体積、食塩の量、体積濃度を求めよう。
2. その後、この食塩水のうち 5ℓ を捨てる。その後の食塩水の体積、食塩の量、体積濃度を求めよう。

5.2 例題

500ℓ の容器にちょうど 500ℓ の、体積濃度 $5\text{g}/\ell$ の食塩水を用意する。この食塩水に 体積濃度 $7\text{g}/\ell$ の食塩水 5ℓ を毎秒加える。 500ℓ を超えた分は(よく混ぜた後)あふれて捨てられる。

t 秒後に容器の中にある食塩の量を $y(t)$ g とする。

1. $y(t)$ の従う微分方程式を書こう
2. $y(t)$ の初期条件を書こう
3. 初期条件のもとで微分方程式を解いて $y(t)$ を求めよう
4. t 秒後の体積濃度を求めよう。

¹Copyright ©2009 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

5.3 食塩水その1

1000 l の容器に 500 l の、体積濃度 5g/ l の食塩水を用意する。この食塩水に 体積濃度 7g/ l の食塩水 10 l が毎秒加えられ、よく混ぜられて 5 l が毎秒捨てられる。

容器がいっぱいになるまでの食塩水の体積濃度の変化を求めよう。

5.4 食塩水その2

500 l の、体積濃度 5g/ l の食塩水を用意する。この食塩水に 体積濃度 7g/ l の食塩水 5 l が毎秒加えられ、10 l が毎秒捨てられる。

容器が空になるまでの食塩水の体積濃度の変化を求めよう。

5.5 食塩水その3

500 l の容器にちょうど 500 l の、体積濃度 5g/ l の食塩水を用意する。この食塩水に真水 5 l を毎秒加える。500 l を超えた分は (よく混ぜた後) あふれて捨てられる。

t 秒後に容器の中にある食塩の量を $y(t)$ g とする。

t 秒後の体積濃度を求めよう。

今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

一楽一楽 2.8

問題 (3) は同次形ですが, u についての変数分離形が範囲外のものになっていました. ごめんなさい. 詳しくは来週の返却の際にご説明しますが, (3) は全員が満点として扱っています.

配点についてのお知らせ

プチテストの配点は科目の成績 100 点のうち 60 点分となっています. プチテストは 2 回に 1 回あるので計 7 回です. これまでに行った 2 回を各 5 点, 今後の 5 回を各 10 点とします.

模範解答を作ろうプロジェクト!で最大 20 点ゲット!

数理モデル基礎 演習 I の, 演習問題, 大学院入試の過去問, プチテスト/ファイナルトリアルの準備に役立つ典型的な問題の模範解答を作ってみんなで共有するプロジェクトです. その貢献に対して 1 問あたり最大 10 点, 1 人あたり最大 20 点の加算があります.

ReLS <https://r-els.media.ryukoku.ac.jp> → 数理モデル基礎 演習 I

→ 模範解答を作ろうプロジェクト!

に投稿されている問題に対して, 模範解答を紙に作成して, スキャンしたものの (後述) をフォーラムに返信してください. 最初の解答が完璧でなかった場合, 投稿した人, または他の人が修正したものを再投稿することができます.

最終的な完璧な答案を投稿した人よりも, 各難関ポイントを解決して貢献した人を評価して点数を決定します. 何人かの貢献で 1 問の最終的な答案が完成したら, 10 点がその人々に分配されます.

また, 独立に作成した投稿でも, 同じ内容なら, 一番最初に投稿した人のみを評価します.

多くの人に参加のチャンスがあるように, 問題はときどき追加します. フォーラムの右側ブロックで, 'このフォーラムをメール購読する' を選択すると, 問題が公開されたときにメールで通知を受けることができます.

スキャンは, 自宅にスキャナがあればそれを使ってもらってもいいし, 3 号館地下第 2 セルフラーニング室や理工学部実習室 1-612 で簡単にスキャンできます.



<http://www.a.math.ryukoku.ac.jp/~hig/info/teaching/scanner.php> http://hig3.net

[目次](#) [前回](#) [次回](#) [今回の解答](#)