

## 数理モデル基礎 演習 I

樋口さぶろお<sup>1</sup> 配布: 2009-06-10 Wed 更新: Time-stamp: "2009-06-18 Thu 15:16 JST hig"

# 8 線形斉次微分方程式の解の構造を知ろう!

## 今日の目標

- 線形斉次微分方程式の解の性質を知ろう!
- ロンスキー行列式と解の独立性の関係を知らう!

### 8.1 $n$ 階線形斉次微分方程式

微分方程式

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0$$

を考える.

1.  $y_1 = x, y_2 = 2x, y_3 = x^2, y_4 = x^3$  のうち, 解であるものはどれか考えよう.
2. 上で求めた解のうち独立なものを利用して, 一般解を求めよう (*Hint* 独立であることを示すにはロンスキー行列式を利用しよう).
3.  $y(1) = 3, y'(1) = 5$  を満たす特解を求めよう.
4.  $y(1) = 2, y(2) = 10$  を満たす特解を求めよう.

### 8.2 $n$ 階線形斉次微分方程式

微分方程式

$$2x^2 y'' + 3xy' - y = 0$$

を考える.

1.  $y_1 = x, y_2 = \sqrt{x}, y_3 = \frac{1}{x}, y_4 = \frac{x^{3/2}+2}{x}$  のうち, 解であるものはどれか考えよう.
2. 上で求めた解のうち独立なものを利用して, 一般解を求めよう (*Hint* 独立であることを示すにはロンスキー行列式を利用しよう).
3.  $y(1) = -4, y'(1) = -\frac{3}{2}$  を満たす特解を求めよう.
4.  $y(1) = 3, y(4) = 10$  を満たす特解を求めよう.

<sup>1</sup>Copyright ©2009 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

### 8.3 $n$ 階線形斉次微分方程式

微分方程式

$$y'' - 4y = 0$$

を考える.

1.  $y_1 = \cosh(2x), y_2 = \sinh(2x), y_3 = \cos(2x), y_4 = e^{2x}$  のうち, 解であるものはどれか考えよう.
2. 上で求めた解のうち独立なものを利用して, 一般解を求めよう (*Hint* 独立であることを示すにはロンスキー行列式を利用しよう).
3.  $y(0) = 2, y'(0) = 1$  を満たす特解を求めよう.
4.  $y(0) = 1, y(-1) = e^{-1}$  を満たす特解を求めよう.

今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

一楽一楽 例題 40(p.81), 類題 40.1(p.83).

目次
前回
次回
今回の解答