

## 16 問題

### きょうの quiz

微分方程式

$$x''(t) - x'(t) - 2x(t) = 2e^{-t} \quad (1)$$

を考える.

1. 対応する同次方程式の一般解  $x(t) = C_1x_1(t) + C_2x_2(t)$  を求めよ.
2. 定数変化法で  $x(t) = u_1(t)x_1(t) + u_2(t)x_2(t)$  とおいて非同次方程式の一般解を求めよ.

### 16.1 定数変化法

次の2階線型非同次微分方程式をそれぞれ考える. 対応する同次方程式の一般解は  $C_1x_1(t) + C_2x_2(t)$  とかけられる. ここで,  $C_i$  は積分定数,  $x_i$  は1次独立な解. 定数変化法で  $x(t) = u_1(t)x_1(t) + u_2(t)x_2(t)$  とおいて非同次方程式の一般解を求めよ.

$$x''(t) + 2x'(t) + x(t) = 3e^{-t}, \quad (2)$$

$$x''(t) + 4x'(t) + 4x(t) = t^{-2}e^{-2t}, \quad (t > 0), \quad (3)$$

$$(1-t)x''(t) + tx'(t) - x(t) = 2(t-1)^2e^{-t}, \quad (0 < t < 1), \quad (4)$$

*Hint.* 最後のものは  $x_1(t) = e^t, x_2(t) = t$  を使ってよい

*Hint.* 未知関数  $u_1, u_2$  に対し  $u'_1(t)x_1(t) + u'_2(t)x_2(t) = 0$  を課すのだった.

### 16.2 高階定数係数微分方程式

定数係数の線型同次微分方程式

$$a_0x^{(n)}(t) + \cdots + a_{n-1}x'(t) + a_nx(t) = 0 \quad (5)$$

の一般解は, 係数  $a_j$  を係数にもつ多項式  $P(\lambda)$  が,

$$P(\lambda) = a_0\lambda^n + \cdots + a_{n-1}\lambda + a_n = a_0 \times (\lambda - \lambda_1)^{m_1} \times \cdots \times (\lambda - \lambda_r)^{m_r} \quad (6)$$

と因数分解されるとき,  $n$  個の積分定数  $c_i^{(k)}$  を用いて,

$$x(t) = (c_1^{(1)} + c_2^{(1)}t + \cdots + c_{m_1}^{(1)}t^{m_1-1})e^{\lambda_1 t} + \cdots + (c_1^{(r)} + c_2^{(r)}t + \cdots + c_{m_r}^{(r)}t^{m_r-1})e^{\lambda_r t} \quad (7)$$

<sup>1</sup><http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/mathmodel/>

<sup>2</sup><mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>, <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/>,  
 へや 1-508, でんわ 077-543-7501

である (教科書 12.1 参照). このことを使って, 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$x''''(t) + x''(t) = 0, \quad (8)$$

$$x''''(t) - x''(t) - x'(t) + x(t) = 0, \quad (9)$$

$$x''''(t) + x''(t) = \sin 2t. \quad (10)$$

## 15 略解

### 前回の quiz

$$x(t) = C_1 t^3 + C_2 t, \quad C_1 = 1, C_2 = 2. \quad (11)$$

### 15.1 定数変化法

$$te^t, \quad (\text{一般解は } C_1 t + C_2 te^t) \quad (12)$$

$$t^{-2}, \quad (\text{一般解は } C_1 t + C_2 t^{-2}) \quad (13)$$

$$t. \quad (\text{一般解は } C_1 e^t + C_2 t) \quad (14)$$

## 前期平常点公開のお知らせ

各受講者の前期の平常点を, 個別に e-mail でお知らせします. 送り先のアドレスは

学籍番号@roes.ryukoku.ac.jp

です. ただし, ご希望の方には, 送り先を, 龍大 (生協) インターネットのアドレス

(学籍番号+1 文字)@ryukoku.seikyou.ne.jp

に変更します. (これら以外のアドレスは, 本人確認に手間がかかるため, 送り先として使用しません.)

前者に届くメールの読み方は, 計算機基礎実習 I で学習しているはずですが,

送り先を後者に変更して欲しい人は, 2001/10/10 までに,

必ず(学籍番号+1 文字)@ryukoku.seikyou.ne.jp のアドレスから,

hig-mathmodel-mark@bird.math.ryukoku.ac.jp 宛に,

題名が (半角英字で) mark, 本文が空のメールを

送ってください. コンピュータが処理しますので, 本文に何か連絡事項が書いてあっても, 人間は読みません.

今後も, 数理モデル基礎/演習の成績についての連絡は, このアドレスへのメールを使用します.