数理モデル基礎[1] 龍谷大学理工学部数理情報学科2001 年 7 月 4 日樋口さぶろお[2]

12 先週の quiz の略解

求める解 $y(t)$ は,

$$z''(t)+kz'(t)+\omega^2 z(t)=\frac{1}{i}F_0\mathrm{e}^{i\beta t} \tag{1}$$

の解 $z(t)$ の実部として求められる. $z(t)=A\mathrm{e}^{i\omega t}$ を代入すると,

$$A=\frac{F_0}{i}\frac{1}{(i\beta)^2+ik\beta+\omega^2}. \tag{2}$$

よって,

$$y(t)=\mathrm{Re}\,\frac{F_0}{i}\frac{1}{(i\beta)^2+ik\beta+\omega^2}\mathrm{e}^{i\omega t} \tag{3}$$

$$=\frac{F_0}{(\omega^2-\beta^2)^2+(k\beta)^2}\left((\omega^2-\beta^2)\sin\theta-k\beta\cos\beta t\right) \tag{4}$$

$$=\frac{F_0}{\sqrt{(\omega^2-\beta^2)^2+(k\beta)^2}}\sin(\beta t-\theta),\quad \tan\theta=\frac{k\beta}{\omega^2-\beta^2} \tag{5}$$

13 今週の quiz

13.1 共鳴

微分方程式

$$y''(t)+ky'(t)+\omega^2 y(t)=F_0\cos\beta t \tag{6}$$

を考える. $F_0,k,\omega,\beta>0$.

1. $k=0,\omega=\beta$ のとき, 特解をひとつ求めよ.
2. $k\neq 0$ を固定する. ω を変化させるときの振幅のグラフをかけ. 定常解の振幅が最大となるような ω を求めよ.

13.2 共鳴

次の微分方程式の特解をそれぞれ求めよ. $F_0,\omega,\lambda>0$.

$$y''(t)+\omega^2 y(t)=F_0\mathrm{e}^{i\omega t}, \tag{7}$$

$$y''(t)-\lambda^2 y(t)=F_0\mathrm{e}^{-\lambda t}, \tag{8}$$

$$y''(t)+2y'(t)+5y(t)=F_0\mathrm{e}^{-t}\cos 2t. \tag{9}$$

[1] http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/mathmodel/

[2] mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp, http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/, へや 1-508, でんわ 077-543-7501