数理モデル基礎[1]前期末試験

龍谷大学理工学部数理情報学科　　2001 年 8 月 1 日樋口さぶろお[2]

1　微分方程式

次の微分方程式の一般解 $y(x)$ を求めよ. 初期条件が与えてあるものについては, さらに積分定数を定めよ.

(1) $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+2y+2x+1=0, \quad y(0)=2.$

(2) $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{1}{x}(1-y^2), \quad y(1)=2.$

(3) $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+y=\cos x, \quad y(0)=1.$

(4) $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{y}{1+2x}.$

(5) $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+2\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+2y=0,$

$$y(\pi/4)=2, \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}(\pi/4)=-2.$$

(6) $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+6\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+9y=0.$

(7) $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+6\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+8y=\sin(2x).$

(8) $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+6\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+8y=\mathrm{e}^{2x}.$

(9) $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+6\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+8y=2\mathrm{e}^{2x}+7\sin(2x).$

(10) $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+y=\sin x$

2　力学的振動

外力 $F(t)$ と, 速度に比例する抵抗 (比例定数 γ) のはたらく振動子の運動方程式は, つりあいの位置を $y=0$ としたとき,

(11) $m\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}(t)+\gamma\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}(t)+ky(t)=F(t)$

とかける. m,γ,k は正の定数.

1. $F(t)=F_0\cos\omega t$ とする. $t\to\infty$ での定常運動を,

   (12) $y(t)=A\cos(\omega t+\theta)$

   とかいたときの, 振幅 A を求めよ. k だけを変化させたとき, 振幅 A が最大になるような $k=k_0$ を求めよ.

2. $F(t)=0$ とする. 振動子は, 時刻 $t=0$ に, $y=1$ から, 初速 0 で運動を始める. どこかの時刻 $t=t_1>0$ で, 振動子が $y(t_1)<0$ となるための, m,γ,k の条件を求めよ (物理的直観を使ってもよい). そのときの $y(t)$ の概略をグラフに描け.

答案と採点結果の扱いについて

答案は返却しません. 解答例は, 後日, 1-508 前, および Web で配布します. また, 前期分の quiz, 答案は来週以降処分しますので, 必要な人はそれまでにとっていってください.

学籍番号と期末試験の点数のリストを, 後期履修登録までに, 1-508 前の掲示で公表します. 点数の公表を希望しない人は, 答案用紙の名前の欄に公表不可と書いてくれれば, 公表リストから除きます.

[1] `http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/mathmodel/`

[2] `mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp`, `http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/`, へや 1-508, でんわ 077-543-7501