数理モデル基礎[1]前期末試験略解

龍谷大学理工学部数理情報学科 2001 年 8 月 1 日樋口さぶろお[2]

1 微分方程式

C, D は積分定数.

(1) $y(x) = -x + Ce^{-2x}, \quad C = 2.$

(2) $y(x) = \dfrac{Cx^2 - 1}{Cx^2 + 1}, \quad C = -3.$

(3) $y(x) = Ce^{-x} + \dfrac{1}{2}(\cos x + \sin x), \quad C = 1/2.$

(4) $y(x) = C|1 + 2x|^{1/2}.$

(5) $y(x) = e^{-x}(C\cos x + D\sin x),$
$C = D = \sqrt{2}e^{\pi/4}.$

(6) $y(x) = (Ax + B)e^{-3x}.$

(7) $y(x) = Ae^{-2x} + Be^{-4x}$
$+\dfrac{1}{40}(-3\cos 2x + \sin 2x)$

(8) $y(x) = Ae^{-2x} + Be^{-4x}$
$+\dfrac{1}{24}e^{2x}.$

(9) $y(x) = Ae^{-2x} + Be^{-4x}$
$+\dfrac{1}{12}e^{2x} + \dfrac{7}{40}(-3\cos 2x + \sin 2x)$

(10) $y(x) = -\dfrac{1}{2}x\cos x + C\cos x + D\sin x.$

2 力学的振動

1. 求める解は

(11) $m\dfrac{d^2y}{dt^2}(t) + \gamma\dfrac{dy}{dt}(t) + ky(t) = F_0 e^{i\omega t}$

の解の実部. $y(t) = Ze^{i\omega t}$ とおいて代入してみることにより,

(12) $Z = \dfrac{F_0}{-m\omega^2 + \gamma i\omega + k}.$

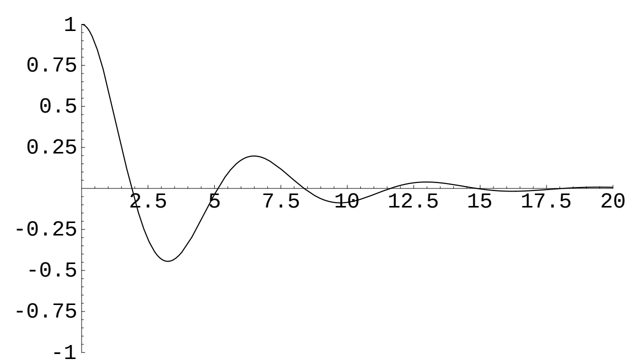
よって,

(13) $A = |Z| = \dfrac{F_0}{[(\gamma\omega)^2 + (k - m\omega^2)^2]^{1/2}}.$

これを最大にする $k = k_0$ は $k_0 = m\omega^2$.

2. 減衰振動であればよく, 過制動, 臨界制動では条件を満たさない. したがって, 条件は, 特性方程式の判別式が負になることで,

(14) $\gamma^2 - 4mk < 0.$



[1] http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/mathmodel/

[2] mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp, http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/,
へや 1-508, でんわ 077-543-7501