

計算機で数列と漸化式!

樋口さぶろお

龍谷大学理工学部数理情報学科

数値計算法 L03(2010-04-23)

今日の目標

- ① 漸化式で定義された数列の一般項を計算できるようになる
- ② 漸化式で定義された数列の級数を計算できるようになる

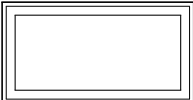


hig3.net

漸化式で定義される数列

数列 $\{x_n\}_{n=0,1,2,\dots}$

- **初項** $x_0 = a$ 例: $x_0 = 2$.

-  $x_{n+1} = f(x_n)$. 例: $f(x) = -2x + 3$.

● **計算例**

- ▶ $x_0 = a$
- ▶ $x_1 = f(x_0) = f(a)$.
- ▶ $x_2 = f(x_1) = f(f(x_0)) = f(f(a))$.

▶ ⋮

▶ **一般項** $x_n = (a \text{ と } n \text{ の式})$

一般項はふつうは計算できない

試験問題は「やらせ」だ!

一般の場合に一般項を計算機で求めたい!!!

すごい計算機向きっぽい ...



	漸化式	一般項
一般	$x_{n+1} = f(x_n)$	書けないかも?!
	$x_{n+1} = x_n + d$	$x_n = a + nd$
等比数列	$x_{n+1} = x_n \times r$	

初項 $x_0 = a$, 公差 d , 公比 r .

計算機で数列!

宇土 §5.2

数学	数列		x_0	x_1	x_2
計算機			x[0]	x[1]	x[2]	...	x[99]

宣言

```
double x[100];
```

初項 $x_0 = 2.0$

初期化

```
x[0]=2.0; /*最初に 1 回だけやる処理*/
```

関数 f

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

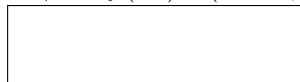
(実数) 関数 $f(x) = 2x^3 + 4x - 3e^{-2x}$

関数の宣言と定義

```
/* 関数プロトタイプ宣言 */  
double f(double x);  
/* 関数の定義 */  
double f(double x){  
    return 2.0*x*x*x+4.0*x-3.0*exp(-2.0*x);  
}
```

漸化式を繰り返し使え

$x_{n+1} = f(x_n)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) って、なんかいかにも



っぽくない? →



を使え

パラメタ型反復の復習 宇土 §4.3, §5.3

for ループの使い方

```
int i;
for(i=0;i<100;i++){
/* 繰り返したい操作をここに書く */
}
```

- $i=0$: 最初に反復パラメタ i の値を設定
- $i<100$: この条件が成立する間繰り返す.
- $i++$: 反復の各回の最後に i の値を更新

例題

1 から 100 までの和を求めるプログラムを *for* ループを使って書こう.

漸化式を計算するプログラム零号機

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

double f(double x);

int main(void){
    int n;
    double x[100];

    x[0]=2.0;
    for(n=0;n<100-1;n++){
        x[n+1]=f(x[n]);
    }
}
```

```
for(n=0;n<100;n++){
    printf("%f\n",x[n]);
}
return 0;
}

double f(double x){
    return 2.0*x*x*x
    +4.0*x-3.0*exp(-2.0*x);
}
```

反復処理の誤りの93%は両端で起きる



漸化式を計算するエコなプログラム初号機

さっきのは が超モッタイナイ

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

double f(double x);

int main(void){
    int n;
    double x;

    x=2.0;
    printf("%f¥n",x);
    for(n=0;n<12974081;n++){
        x=f(x);
        printf("%f¥n",x);
    }
    return 0;
}
/* 以下略 */
```

級数

数列 $\{x_n\}$ があったとしよう.

- ① 初項 $x_0 = a$
- ② 漸化式 $x_{n+1} = rx_n$. (たとえば)

級数とは

部分和を $S_N = \sum_{n=0}^N x_n$ と定義 ($N = 0, 1, 2, \dots$)

数列 S_0, S_1, S_2, \dots を級数という.

逆に言うと



数列 x_n が与えられているとき, 級数 S_n は

- 初項 $S_0 = x_0$
- 漸化式 $S_{n+1} = S_n + x_{n+1}$

で定まる.

さっきののりで計算できるでしょ～

ちなみに上の例は式で計算できちゃう.



級数を計算するモットイナイプログラム

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

double f(double x);

int main(void){
    int n;
    double x[100];
    double s[100];

    x[0]=2.0;
    for(n=0;n<100-1;n++){
        x[n+1]=f(x[n]);
    }

    s[0]=x[0];
    for(n=0;n<100-1;n++){
        
    }
    for(n=0;n<100;n++){
        printf("%f\n",s[n]);
    }



    return 0;
}
```

級数を計算するエコなプログラム

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

double f(double x);

int main(void){
    int n;
    double x;
    double s;

    x=2.0;
    s=x;
    printf("%f¥n",s[0]);
    for(n=0;n<100-1;n++){
        
        
        printf("%f¥n",s[n+1]);
    }
    return 0;
}
```

楽しい連休計画

自宅の PC に無料で Visual C++ 2008 Express Edition をインストールして課題やり放題!!

レポート課題「VS2008 インストール報告書」

- 講義の日常活動 4 点分
- 締切 2010-05-08 土 02:00
- e ラーニングシステムに WordPDF 形式のファイルで提出.

詳しくは数値計算法☆演習の Web ページ参照