

関数のグラフを描こう

樋口さぶろお

龍谷大学理工学部数理情報学科

数値計算法 L05(2010-05-07)

今日の目標

- ① マクローリン級数で関数の値を計算しよう
- ② 関数のグラフを描こう



hig3.net

漸化式で定義される数列と級数

```
1 #include <stdio.h>
2
3 double f(double x);
4
5 int main(void){
6     int n;
7     int nmax=10;
8     double x;
9     double s=0.0;
10
11     x=-1.0;
12     s=s+x;           /*A*/
13     printf("%f\n",s);
14     for(n=0; n<nmax; n++){
15         x=-2.0*x+3.0;
16         s=s+x;       /*B*/
17     }
18     printf("%f\n",s);
19     return 0;
20 }
```

コンピュータの気持ちになろう

その行の文が実行された (代入が実行された) 直後の値です.

時点	n	x	s
A		-1.0	-1.0
B	0	5.0	4.0
B	1		
⋮			
B	n	x_{n+1}	S_{n+1}
⋮			
B	9	x_{10}	S_{10}

このプログラムはどんな量を計算している？

● x_n の初項

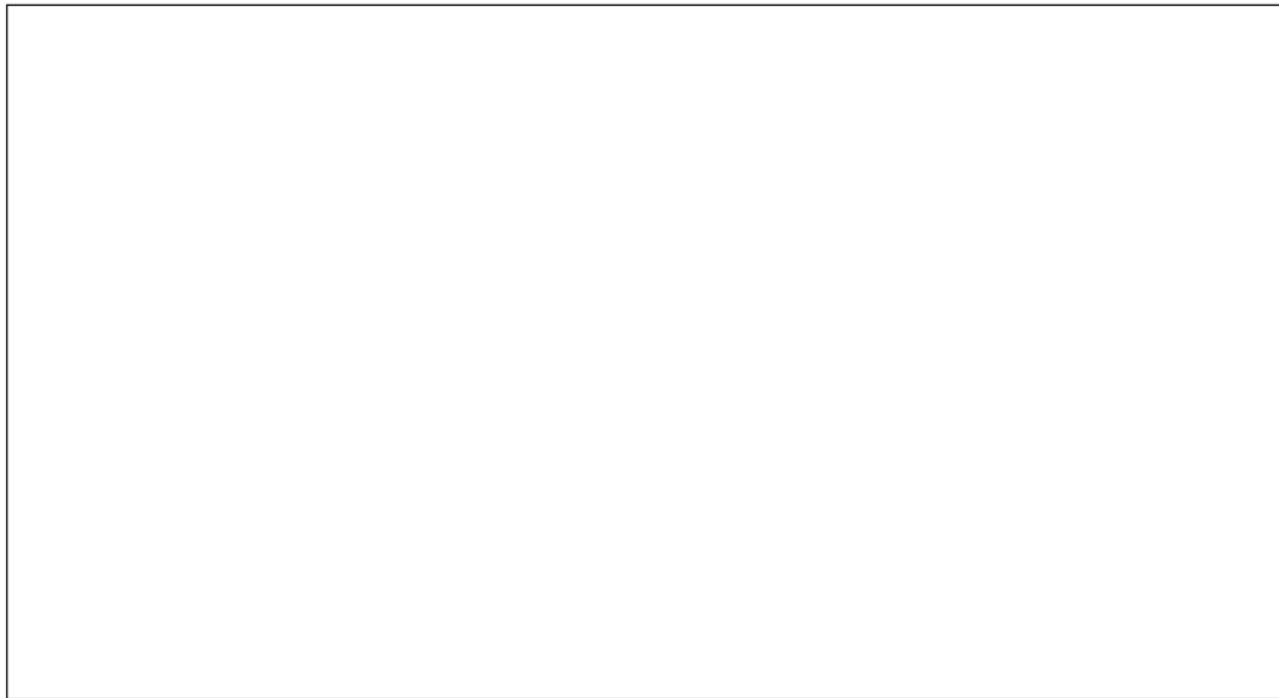
● x_n の漸化式

● x_n の一般項

● S_N の初項

● S_N の漸化式

● S_n の一般項



例題

次のページの表の空欄をうめよう。

```
1 #include <stdio.h>
2
3 double f(double x);
4
5 int main(void){
6     int n;
7     int nmax=10;
8     double x;
9     double s=0.0;
10
11     x=-3.0;
12     s=s+x;           /*A*/
13     printf("%f\n",s);
14     for(n=0; n<nmax; n++){
15         x=x+2.0;
16         s=s+x;       /*B*/
17     }
18     printf("%f\n",s);
19     return 0;
20 }
```

時点	n	x	s
A			
B	0		
B	1		
B	2		
B	3		
B	4		

$\log(1 - x)$ を計算するエコなプログラム

$$\log(1 - x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-1}{n} x^n$$

$x = 0.3$, $N = 4$ まででいいとしよう.

$$\log(1 - x) = 0 - \frac{1}{1} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot x^2 - \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{4} x^4.$$

乗算の回数: $0 + 1 + 2 + 3 + 4 =$

計

算量

加算の回数 $0 + 1 + 1 + 1 + 1 = N.$

計算量

そのまんまのモッタイナイプログラム

```
#include <stdio.h>

double ipow(double x,int n); /*  $x^n$  を計算*/

int main(void){
    int n;
    int nmax=4;
    double s=0.0;
    double x=0.3;

    printf("%f\n",s);
    for(n=0; n<nmax; n++){
        s=s-ipow(x,n)/n;
    }
    printf("%f\n",s);
    return 0;
}
```

ちょっとエコってどのくらい? 定量的に答えよう

```
#include <stdio.h>

int main(void){
    int n;
    int nmax=4;
    double s=0.0;
    double x=0.3;
    double xn=1.0;

    for(n=0; n<nmax; n++){
        xn=xn*x;
        s=s-xn/(double)n;
    }
    printf("%f\n",s);
    return 0;
}
```

乗算

加算 N

ネスティング法 — もっとエコなプログラム

$$0 + x \cdot \left(-\frac{1}{1} + x \cdot \left(-\frac{1}{2} + x \cdot \left(-\frac{1}{3} + x \cdot \left(-\frac{1}{4} + \dots\right)\right)\right)\right)$$

乗算 回加算 N 回電卓でもプログラム
でも か

ら

 へ計算する

```

1 #include <stdio.h>
2
3 int main(void){
4     int n;
5     int nmax=4;
6     double s=0.0;
7     double x=0.3;
8
9     s=-1.0/nmax;
10    for(n=nmax-1; n>0; n--){
11        s=s*x-1.0/n;
12    }
13    printf("%f\n",s);
14    return 0;
15 }
```

マクローリン級数を利用して関数のグラフを描こう

$y = f(x)$ のグラフを描こう.

それには C のプログラムからこんな出力がほしい. あとは Excel または gnuplot または R におまかせ.

```
# x    f(x)
-1.0  0.693147
-0.8  0.587787
-0.6  0.470004
-0.4  0.336472
-0.2  0.182322
0.0   0.0
0.2  -0.223144
0.4  -0.510826
```

CSV(Comma Separated Values) 形式.
コンマ (またはスペース) と改行で区切っ

例えば,

x の下限 x_{\min}

x の上限

$x_{\max} = x_{\min} + dx * n_x$

x の刻み dx

x の刻み数 n_x

プログラム例 — 次数決め打ち

```
1 #include <stdio.h>
2
3 int main(void){
4     int nx=7;
5     double xmin=-1.0;
6     double dx=0.2;
7     double x;
8     int i;
9
10    int n;
11    int nmax=10;
12    double s;
13    double xn;
14
15    for (i=0; i<=nx; i++){
16        x=xmin+i*dx;
17
18        /* ここから f(x) を計算 */
19        s=0;
20        xn=1.0;
21        for (n=0; n<nmax; n++){
22            xn=xn*x;
23            s=s-xn/(double)n;
24        }
25        /* ここまで f(x) を計算 */
26
27        printf("%f_%f\n", x, s);
28    }
29    return 0;
30 }
```

プログラム例 — x ごとに打ち切り誤差を抑える?

```

1 #include <stdio.h>
2 #include <math.h>
3
4 int main(void){
5     int nx=7;
6     double xmin=-1.0;
7     double dx=0.2;
8     double x;
9     int i;
10
11    int n;
12    /* int nmax=10;*/
13    double eps=1.0e-5;
14    double s;
15    double xn;
16
17    for(i=0;i<=nx;i++){
18        x=xmin+i*dx;
19
20        /* ここから f(x) を計算 */
21        s=0;
22        xn=1.0;
23        while(1){
24            xn=xn*x;
25            s=s-xn/n;
26            if( fabs(xn/n) < eps){
27                break;
28            }
29        }
30        /* ここまで f(x) を計算 */
31
32        printf("%f_%f\n",x,s);
33    }
34    return 0;
35 }

```

プチテストやります!

日時 2010-05-28 金 1 講時

範囲 2010-05-14 金までの講義・演習の内容 (大注意: 2010-05-21 金 は全学休講)

配点 科目の成績 100 点中 40 点

出題のり 範囲の 6 回の講義からなるべく均等に出題する予定. 半分程度は quiz を再現するような問題の予定. 2010-05-14 ごろに, シミュレーション問題を模範解答を作ろうプロジェクトとして出題するかも.

欠席者 追試はやらない予定. 出席できない人 教育実習や介護実習で出席できない人は点数換算で不利にならないように考慮します. 6 月末までに, 理由を証明する書類 (コピー可) を添えて, 教務課で配布している欠席届の用紙に記入して提出してください.

楽しい連休計画の結末

自宅の PC に無料で Visual C++ 2008 Express Edition をインストールして課題やり放題!!

レポート課題「VS2008 インストール報告書」

締切に十分余裕をもって用意していた人ごめんなさい。

締切を 2010-05-11 火 02:00JST=AM2:00JST に再設定

理由

- 2010-04-28 Visual Studio 2010 発表, 2008 がインストール不可能に.
- 2010-05-02 終日, サーバ不具合で課題のページが見られなかった.

続きは Web で

数値計算法☆演習のページ参照. 要求事項をよく読もう.