

# Gauss-Jordan の消去法 (計算機用) で 1 次方程式を解こう!

樋口さぶろお

龍谷大学理工学部数理情報学科

数値計算法 L13(2010-07-16)

## 今日の目標

- 1 Gauss-Jordan の消去法のプログラムが書けるようになる
- 2 Gauss-Jordan の消去法のアルゴリズムで, 人間向け配慮と計算機向け配慮について説明できるようになる



[hig3.net](http://hig3.net)

## Gauss-Jordan の消去法 (人間用)

今回は係数行列が正則な場合 (解が 1 個だけ存在する場合) に限る  
手順

線形代数 II

- 前進消去 (左から右に向けて, 対角線の左下を 0 にする)
- 後退消去 (右から左に向けて, 対角線の右上を 0 にする)

許される操作

- ①  $i$  行を  $m$  倍して  $j$  行に加える  $\text{add}(i,m,j)$
- ②  $i$  行と  $j$  行を入れかえる  $\text{swap}(i,j)$
- ③  $j$  行を  $m \neq 0$  倍する  $\text{multiply}(j,m)$

人間用配慮ポイント

- ピボットは 0 でないところを選ぶ (swap で)
- ピボットのうまい選択でなるべく分数が出てこないように
- なるべく 0 同士の加減算になるように.

## 人間と計算機の違い

### 計算機に気にならない点

- ① 計算機は分数を気にしない. だってもともと double だし～
- ② 人間にやらせるときよりエコでなくても許される. 0 をがんばってふやさなくてもよい

### 計算機に気になる点

- ① 数値計算誤差がある.  $1.0 - 1.0/3.0 * 3.0 \neq 0$ .
- ② 差でてきた 0 に近い小さい数は怪しい. 本当は 0 かも. そうでなくても誤差を含むことが多い (桁落ち). そういう成分をピボットにすると, 破滅または誤差が増大.

### 余談: クラメールの公式使うってだめ?

逆行列  $A^{-1}$  の  $(i, j)$  成分 = (A をちょっと加工した行列の行列式) / (A の行列式)

松本 線形代数入門 p.98

- if 文なしに書けそうなのがー瞬魅力
- ぜんぜんエコじゃないし, 誤差も大きい
- 行列式計算するところでけっきょく Gauss の消去法みたいになっちゃう?

## Gauss-Jordan の消去法 (計算機用)

- 前進消去の際に, 対角線の上も同時に 0 にする (ちょっと計算が増えるが, まとめてやってしまったほうがプログラムが楽)
- 後退消去不要
- ピボットは, 0 でないだけでなく, 列内で絶対値最大の成分を選ぶ

部分ピボット選択

別名掃き出し法

## Gauss-Jordan の消去法 (計算機用) の概要

```
1 double a[n][n+1]; /* 拡大係数行列 */
2
3 for(i=0;i<n;i++){ /* (i,i)をピボットとしたい */
4     a[k][i] (k=i,...,n-1)の中で絶対値最大のもの a[kmax][i]を見つける
5     第i行と第kmax行を交換 (swap)
6     第i行を1/a[i][i]倍 (multiply)
7     for(k=0;k<n;k++){
8         if(i!=k){
9             第i行を何倍かして第k行に加え, a[k][i] を0にする (add)
10        }
11    }
12 }
13 b[i]=a[i][n] が解なのでこれを出力 /*この時点で係数行列は単位行列*/
```

いくらでも計算機向けに配慮したハイテクなプログラムは書けるのだが、これはもっともシンプルにとどめたもの。 栗原 p.63  
また、今回は係数行列が正則な場合 (解が1個だけ存在する場合) に限る。

## Example

計算機さんの気持ちになって Gauss-Jordan の消去法 (計算機用) で解いてみよう.

$$x + y + z = 6$$

$$x + 2y + 4z = 13$$

$$-x + 5y + 18z = 38$$

## お知らせ

**演習** eラーニングシステムの評価ページの合計にはこれまで意味のない点数やパーセントが表示されましたが、現在は、科目の点数 100 点のうち、これまでに獲得した点数を表示されるようになっていきます。

**講義** 講義のほうはまだそうなっていません。

**演習** 紙に加えて最終回アンケートあり。配点 2 点。

**演習** 2010-07-17 土 2 の補講は自由参加。この日 12:15 が E11, E12, E13 の課題の提出の最終チャンス (病気, 公務欠席などによる延長はありません)

**講義** レポート R11 課題 → L11 資料参照

**講義** Quiz L13 の答案の返却は (あまり重要ではないと思われませんが) 遅れます。2010-07-27 ごろ 1-503 前掲示板で。

**講義/演習** 樋口は 2010-07-19 の週は不在です。

**講義/演習** 全学授業アンケートにご協力ください。所属学部コード 5, 所属学科コード a.

## ファイナルトライアル計画!

科目の成績 100 点中 50 点. 外部記憶ペーパー使用可能. 別紙参照.  
準備としては, まずは各回の quiz を確実に解けるようになること, 演習課題を心から理解することをお奨めします. 模範解答を作ろうプロジェクトはない予定.

出題計画ちょっと修正しました.

- 台形公式で数値積分しよう!
- シンプソン公式で数値積分しよう!
- データの平均, 分散, 標準偏差を求めよう!
- 2 変量データの相関係数を求めよう!
- 2 分法で非線形方程式を解こう!
- 連立 1 次方程式を Gauss-Jordan の消去法 (計算機用) で解こう!
- 行列やベクトルを成分で計算するプログラムを書こう!
- ニュートン法や反復法のプログラムを書こう!(プチテスト範囲再出題)
- 漸化式で定義される数列  $a_k$  について  $\sum_{k=0}^n a_k$  を求めるプログラムを書こう!(プチテスト範囲再出題)
- プログラムを読んで, その出力を予想しよう.