quiz 略解 2

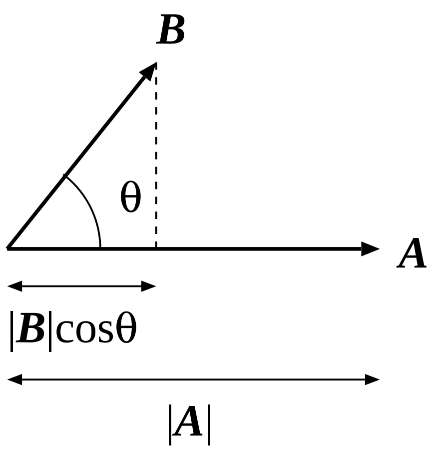
$\boldsymbol{u} = \frac{1}{|\boldsymbol{A}|}\boldsymbol{A} = \frac{1}{\sqrt{6}}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$. $\boldsymbol{B}$ の, $\boldsymbol{A}$ 向きの成分は, $\boldsymbol{A}$ と同じ向きの単位ベクトル $\boldsymbol{u}$ との内積で求められ, $\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{B} = \frac{-4}{\sqrt{6}}$.

3. 内積, 外積, ベクトル 3 重積

3.1 内積ってけっきょく何?

A と B の協力度みたいなもの

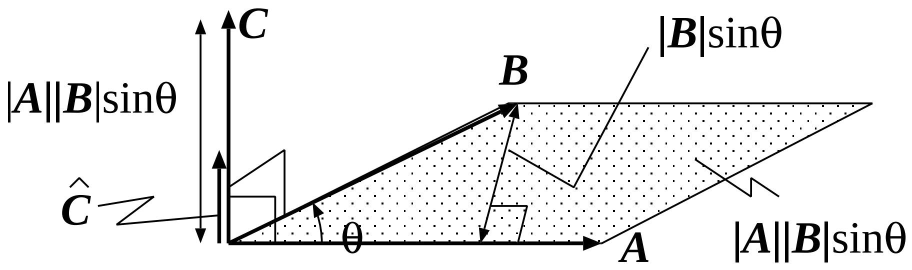
- 2 つのベクトルの向きが近いほど正で大きい. $\cos 0 = 1$
- 2 つのベクトルの向きが反対だと負. $\cos \pi = -1$
- 2 つのベクトルの向きが直交してると零. $\cos \frac{\pi}{2} = -1. \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = 0.$
- 仕事 (スカラー) は, 力 (ベクトル) と変位 (ベクトル) の内積.



3.2 外積ってけっきょく何?

A と B のはった網みたいなもの

- 2 本の棒 A, B を使って網を張るような感じ.
- 網の正対する向きが $C = A \times B$ の向き.
- 網 (平行 4 辺形) の面積が 23 . 2 本の棒が違う方向を向いてるほうがたくさん魚がとれる.
- フレミングの左手の法則とか, これで簡単に書ける. $F = I \times B$.

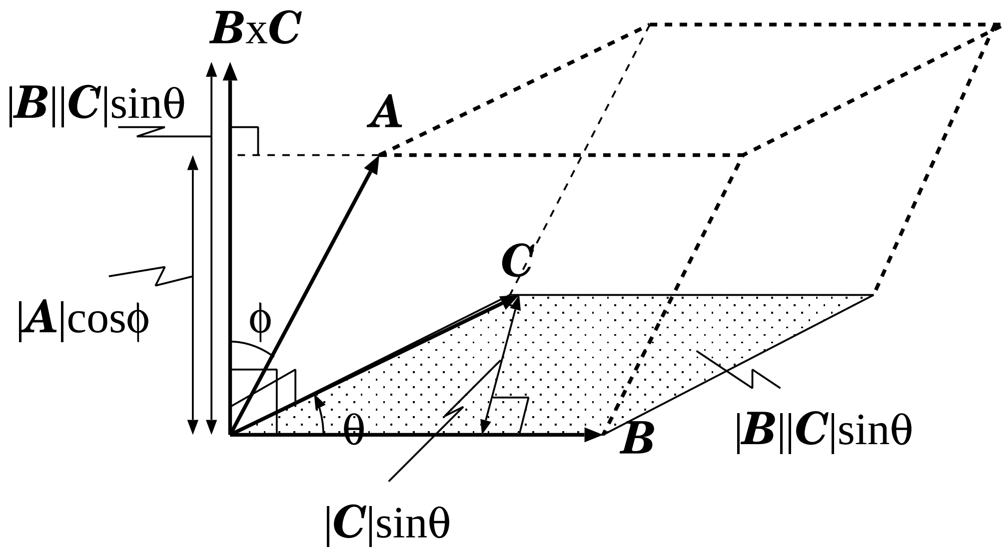


3.3 スカラー 3 重積

香中 p.7

$B \times C$ はベクトル．ということは，$A \cdot (B \times C)$ はスカラーになる．これをスカラー 3 重積という．

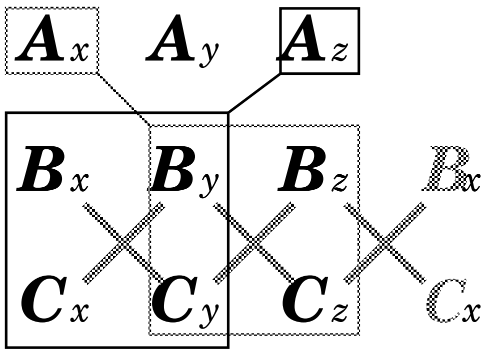
下の図から，絶対値 $|A \cdot (B \times C)|$ は，A,B,C を 3 辺とする平行 6 面体の体積．



気合いを入れて成分表示すると,

$$\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}. \tag{41}$$

ただし, 外積と同じ計算規則 (線形代数で習う, 行列式の展開公式)



体積だから, A, B, C を循環的に変えても等しい.

$$\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{C}) = \boldsymbol{B}\cdot(\boldsymbol{C}\times\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{C}\cdot(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})\ \boxed{24}\ . \tag{42}$$

例題 6

ベクトル $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする.

1. B, C を 2 辺とする平行 4 辺形の面積を求めよう.
2. A, B, C を 3 辺とする平行 6 面体の体積を求めよう.

25

3.4 ベクトル 3 重積

香中 p.20

もちろん, ベクトル 3 重積 $A \times (B \times C)$ っていうのも考えられます. 来年, 応用ベクトル解析でやります.

quiz 4

ベクトル $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ とする.

1. B, C を 2 辺とする平行 4 辺形の面積を求めよう.
2. A, B, C を 3 辺とする平行 6 面体の体積を求めよう.
3. B, C を 2 辺とする 3 角形の面積を求めよう.
4. A, B, C を 3 辺とする 3 角錐の体積を求めよう.