

全体	目次	前回	次回	略解
----	----	----	----	----

 更新 Time-stamp: "2004/05/22 Sat 14:15 hig"

quiz 略解 3

$$N = N_1 + N_2 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 = \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

であり, x 軸の負の向き. この向きに進む右ねじのまわる向きだから, 時計回り.

quiz 略解 4

$$1. |\mathbf{B} \times \mathbf{C}| = \left| \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{5}$$

$$2. |\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C})| = |9| = 9$$

3. 平行 4 辺形の面積の $\frac{1}{2}$ で, $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

4. 4 角錐なら平行 6 面体の体積の $\frac{1}{3}$. 3 角錐は底面がその $\frac{1}{2}$ なので, $\frac{1}{6}$ で, $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$.

春のプチテストやります!

2004/05/19 です. 掲示参照.

採点済プチトライアルをチェックしよう!

1-508 前の引き出しで返却してます. プチトライアルは上の方に点数が記してあります. ふつう, 3 点満点です. **× か** は, 考え方が間違っているという意味です. **× け** は, 考え方は正しいけれど計算で間違っているという意味です.

ただご飯イベントやります!

2004/05/14(金) 12:20-, 1-508 です. 9 組です. 掲示見てね.

数検を団体受検しよう!

基礎セミナー受講していない人も受検できます. 2004/07/17(土)
13:20-16:40 です. 掲示見てね.

4. ベクトルの応用

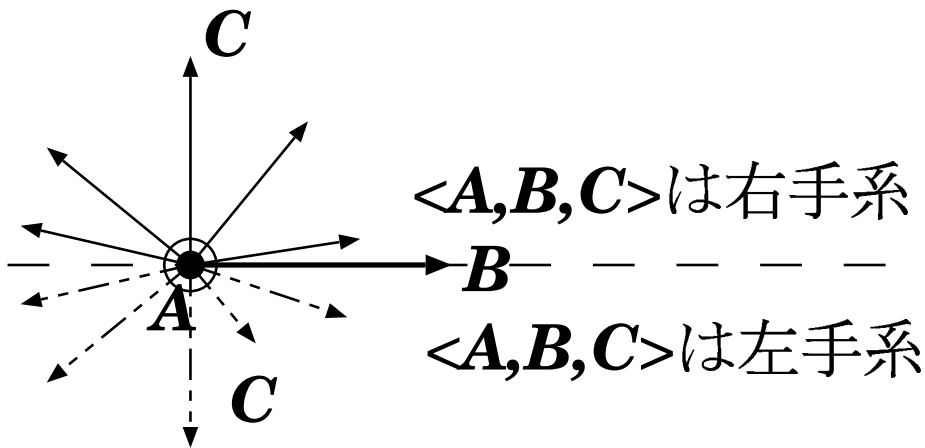
4.1 右手系と左手系

3次元ベクトルの順序付きの3つ組 $\langle A_1, A_2, A_3 \rangle$ を考える (順序付き, とは $\langle A_1, A_2, A_3 \rangle$ と $\langle A_2, A_1, A_3 \rangle$ とを異なるものとして区別すること).

- A_1, A_2, A_3 が同一平面上にあるとき, 組 $\langle A_1, A_2, A_3 \rangle$ は右手系でも左手系でもない.
- A_1, A_2, A_3 が同一平面上にこないように注意して別々に動かしていったら, A_1 を右手親指, A_2 を右手人差指, A_3 を右手中指と重ねられるなら, 組 $\langle A_1, A_2, A_3 \rangle$ は右手系.
- 重ねられないなら組 $\langle A_1, A_2, A_3 \rangle$ は左手系. (A_1, A_2, A_3 が同一平面上にこないように注意して別々に動かしていったら, A_1 を左手親指, A_2 を左手人差指, A_3 を左手中指に重ねることができるとき, といっても同じこと).

- 右 (左) 手系を $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_1$ のように 26 入れ替えたものは右 (左) 手系のまま.

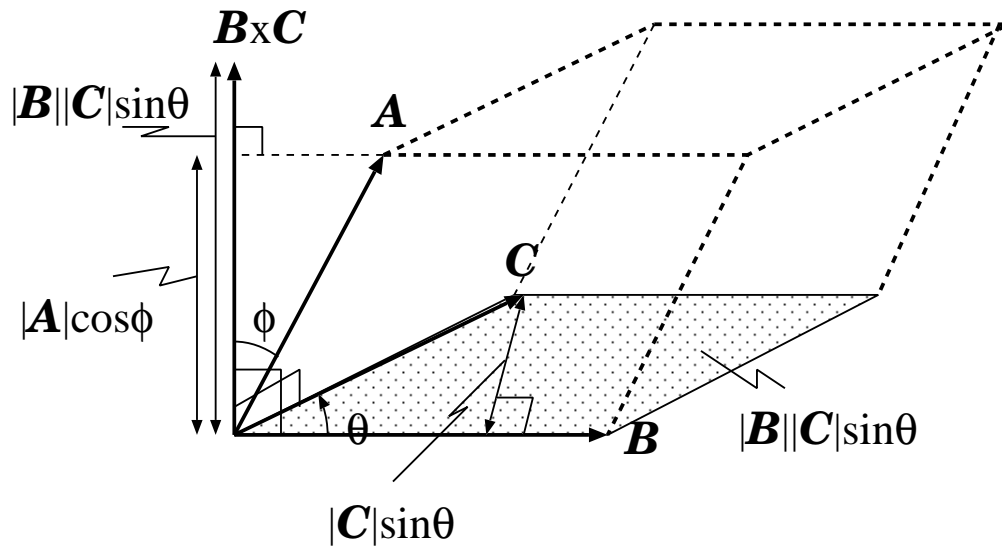
- $A \leftrightarrow B$ のように 27 した (互換という) ものは右手系から左手系 (あるいはその逆) にかわる.



- ◎ ベクトルは紙面こちら向き
- ⊗ ベクトルは紙面むこう向き

4.2 スカラー 3 重積による右手系と左手系

- $A \cdot (B \times C) > 0 \Leftrightarrow \langle A, B, C \rangle$ が右手系.
- $A \cdot (B \times C) = 0 \Leftrightarrow A, B, C$ が 28
- $A \cdot (B \times C) < 0 \Leftrightarrow \langle A, B, C \rangle$ が左手系.



例題 7

次の、ベクトルの順序付きの組を考える.

$$\langle A, B, C \rangle = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle. \quad (43)$$

1. これは右手系か, 左手系かを答えよう.
2. これらを 3 辺とする平行 6 面体の体積を求めよう.

4.3 スカラーとベクトルにまつわるいろんな演算

例題 8

A, B, C を上の例題と同じベクトルとする.

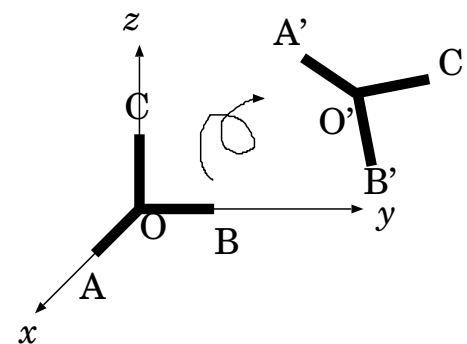
1. $(A \times B)C$
2. $(A \times B) \cdot C$
3. $A \times (B \cdot C)$

を, スカラー, ベクトル, 間違った式に分類しよう. 正しい式は値を求めよう.

4.4 問題やってみよう

例題 9

最初, 3本足の金具 $OABC$ が原点に図のように置かれていた. この金具を曲げたり壊したりせずに, 空中に投げたところ, ある瞬間には, $\overrightarrow{O'A'}$ は $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ の向き, $\overrightarrow{O'C'}$ は $\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ の向きになっていた.



1. この瞬間の $\overrightarrow{O'B'}$ の方向に平行なベクトルを求めよう.
2. この瞬間の $\overrightarrow{O'B'}$ の向きの単位ベクトルを求めよう.

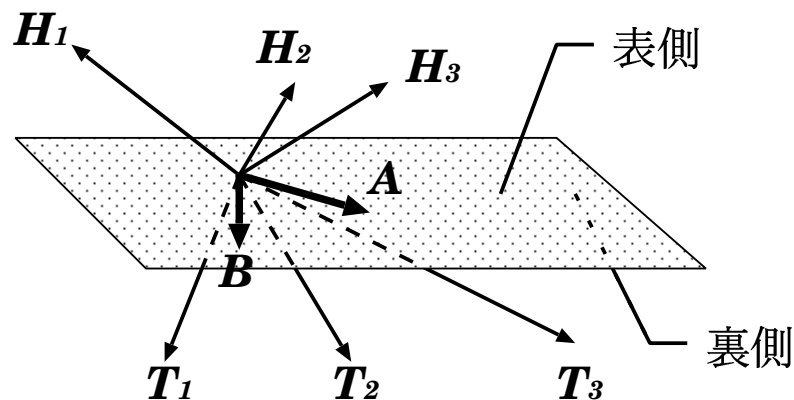
32

quiz 5

x, y, z 軸の正の向きの基本ベクトルを i, j, k とする. ベクトル

$$A = i - j = \begin{pmatrix} +1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, B = i + 2j + k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ とする.}$$

1. $|B|$ を求めよう.
2. $A \cdot B$ を求めよう.
3. $A \times B$ を求めよう.
4. $B \times (B - 2A)$ を求めよう.
5. ベクトル A, B の両方がのっている平面は 1 つだけある (図では薄く塗られている. それは xy 平面とは異なる). 図は, その平面を斜めから見たものである.



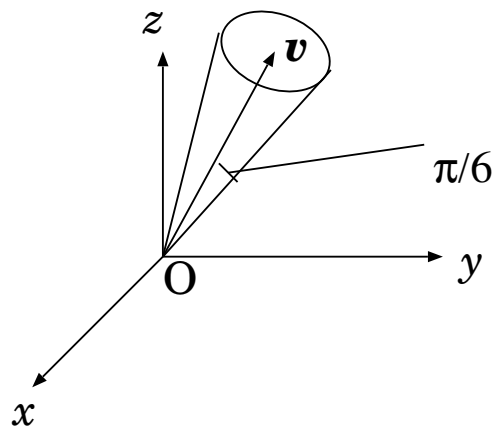
ベクトルがこの平面の表裏どちら側を向いているかについて、 H_1, H_2, H_3 のようなベクトルを表向き、 T_1, T_2, T_3 のようなベクトルを裏向きということにする。

$p = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ が裏向きか表向きか考えよう。

quiz 6

原点を頂点とする、無限に高い、傾いた円錐を考えよう。ベクトル $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ は円錐の中心軸に平行で、頂点から底面に向かう向きである。(図の描き方は不正確です。) また、円錐の軸と母線のなす角は $\pi/6$ である。

2点 P_1, P_2 は, $\overrightarrow{OP_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{OP_2} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ である. この2点はそれぞれ, 円錐の内部, 表面上, 外部のどこにあるか答えよう.



quiz 7

x, y, z 軸の正の向きをそれぞれ, 東, 北, 上とする. 車は $r_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ から $r_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ まで移動した. このとき, 車は北の方角にどれだけ進んだか答えよう. 北西の方角にどれだけ進んだか答えよう.