

# 物理数学 II

樋口さぶろお<sup>a</sup>

- 講義の Web page  
<http://sparrow.math.ryukoku.ac.jp/~hig/physmath2/>
- この紙は, 上の Web page や 1-508 前の引き出しで事前に配っていることもあります.
- 成績は 期末試験 (+ 平常点).
- 毎回の最後に, 理解を確かめる quiz をします. 配った紙に解いて提出してください. フォルダーを学籍番号でグループ分けしています.
- 紙は, チェックした後, 1-508 前の引き出しで返却します. ただし, 数週間以上経過したものは処分することがあります.
- [佐本 n.m](#), [佐本 p99](#) などは, 参考文献 (佐川-本間 力学) の参照個所を示します.

---

<sup>a</sup><mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp>, <http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/>,  
へや 1-508, でんわ 077-543-7501

# 1 ニュートンの運動の3法則

‘物体の運動の様子  $\vec{r}(t)$  は, 物体に加わる力によってきまる.’

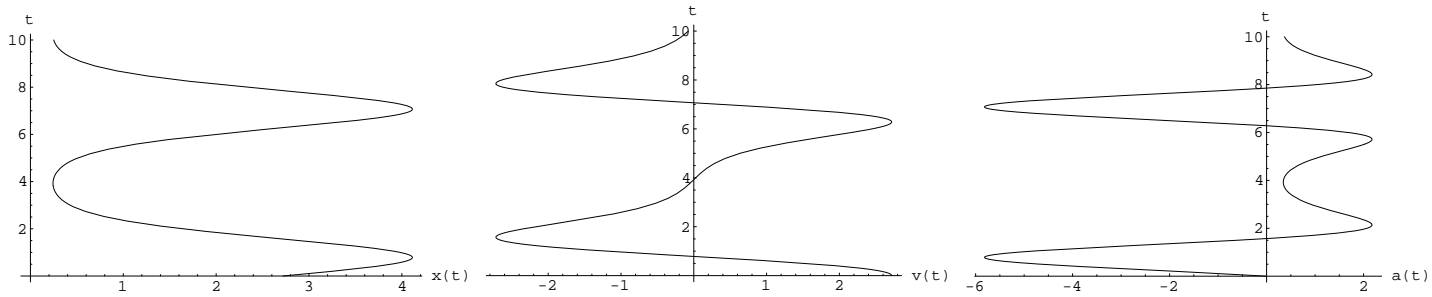
## 1.1 物理数学 I の復習

$t$ : 時刻,  $\vec{r}(t)$ : 3次元ベクトル

位置  $\vec{r}(t)$    
 $\xrightarrow{\text{微分}}$    
 $\xleftarrow{\text{積分}}$

速度  $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}(t)$    
 $\xrightarrow{\text{微分}}$    
 $\xleftarrow{\text{積分}}$

加速度  $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}(t) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}(t)$



$$x(t) = e^{\cos t + \sin t}$$

## 1.2 第一法則 (慣性の法則)

佐本 3.2

物体は, ‘力’ の作用を受けないかぎり, 等速直線運動をする. (特に, 速度  $\vec{0}$  すなわち静止の場合もある)

$$\text{力 } \vec{F} = \vec{0} \text{ ならば } \vec{v} = \text{一定.} \quad \text{すなわち } \boxed{\phantom{0}} \quad (1)$$

例: エアホッケーのパック, 電車の中の風船, 無重力状態の宇宙飛行士, 宇宙船.

例でないもの: 地面を転がるボール, 自転車, 自動車.

観測者は地面に固定されているとは限らない.

等速直線運動する電車, 飛行機, エレベータの中でもよい. 慣性系

の中では成り立たない.

当面, このような状況は考えない. ‘慣性系’ のみを考える.

**例題 1** 板のうえで, ひもで結んだ重りを振り回す. ひもが切れると, 重りはどのような運動をするか.

## 1.3 第二法則 (ニュートンの運動方程式)

佐本 3.4

力の作用を受ける物体は, ある加速度で運動する.

加速度の向き: **力  $\vec{F}$**  の向きに平行.

加速度の大きさ: **質量  $m$**  に反比例, 力  $\vec{F}$  の大きさに比例.

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F} \text{ すなわち } \boxed{\phantom{\vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F}}} \quad (2)$$

成分で書く.  $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ ,  $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ . ( $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  は  $x, y, z$  方向の単位ベクトル.)

$$m \frac{d^2 x}{dt^2}(t) = F_x(t), \quad (3)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2}(t) = F_y(t), \quad (4)$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2}(t) = F_z(t). \quad (5)$$

**例題 2** 質量  $m$  の物体に重力  $\vec{F} = -mg\vec{k}$  がはたらいている. このとき, 物体の運動は,

$$\vec{r}(t) = -\frac{1}{2}gt^2\vec{k} + \vec{v}_0 t + \vec{r}_0. \quad (6)$$

と書ける. これが第二法則を満たすことを示せ.

## 質量とは

質量の単位: kg (キログラム). 水 1 リットルの質量は 1kg.

(慣性) 質量:

重さ:

(慣性) 質量  $\neq$  重さ

重力のないところでの, 質量の測定方法: 同じ力を加えて, 生じる加速度を比べる.

## 力とは

ベクトル量. 重ねあわせが成り立つ.

力の単位  $\text{N}$ (ニュートン)

1kg の物体にはたらくと,  $1\text{m/s}^2$  の加速度を与える力を 1N という.  $1\text{N}=1 \text{ m kg/s}^2$ .

地球表面で質量 1kg の物体にはたらく重力:  $1 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 = 9.8 \text{ N}=1\text{kg 重}$ .

## 単位系

MKSA 単位系: 長さ m (Meter), 質量 kg (Kilogram), 時間 s (Second=秒), 電流 A (Ampère=アンペア) で測る単位系.

他の物理量は, これらの組み合わせで表す (組立単位). 例:  $1\text{N}=1\text{kg m/s}^2$ .

## 次元解析 佐本 4.5

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F}$$

で

$$[\text{左辺}] = [\text{質量}] \times [\text{加速度}] = \text{kg m/s}^2 = [\text{質量}] \times [\text{長さ}] / [\text{時間}]^2$$

$$[\text{右辺}] = [\text{力}] = \text{N} = \text{kg m/s}^2 = [\text{質量}] \times [\text{長さ}] / [\text{時間}]^2$$

## 1.4 第三法則 (作用・反作用の法則)

佐本 3.5

物体 1 が物体 2 に力  $\vec{F}_{12}$  を及ぼすとき, 物体 2 も物体 1 に力  $\vec{F}_{21}$  を及ぼす. その向きは反対, 大きさは同じ.



(7)

例: 銃の発射の反動. 地球とりんご (重力). 下敷と髪の毛 (電気力).

**例題 3** 体重  $40\text{ kg}$  と  $60\text{ kg}$  の 2 人の宇宙飛行士が, 無重力状態で手をつないでいた.  $40\text{ kg}$  の宇宙飛行士が,  $60\text{ kg}$  の宇宙飛行士を,  $2\text{ N}$  の力で 3 秒間おした. 3 秒後の 2 人の宇宙飛行士はそれぞれ, どれだけの速さでどちら方向に進んでいるか.

**運動量**

運動量ベクトル=質量 × 速度ベクトル.

単位 kg·m/s

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (8)$$

$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$  なので, ニュートンの運動方程式は

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad (9)$$

とも書ける.

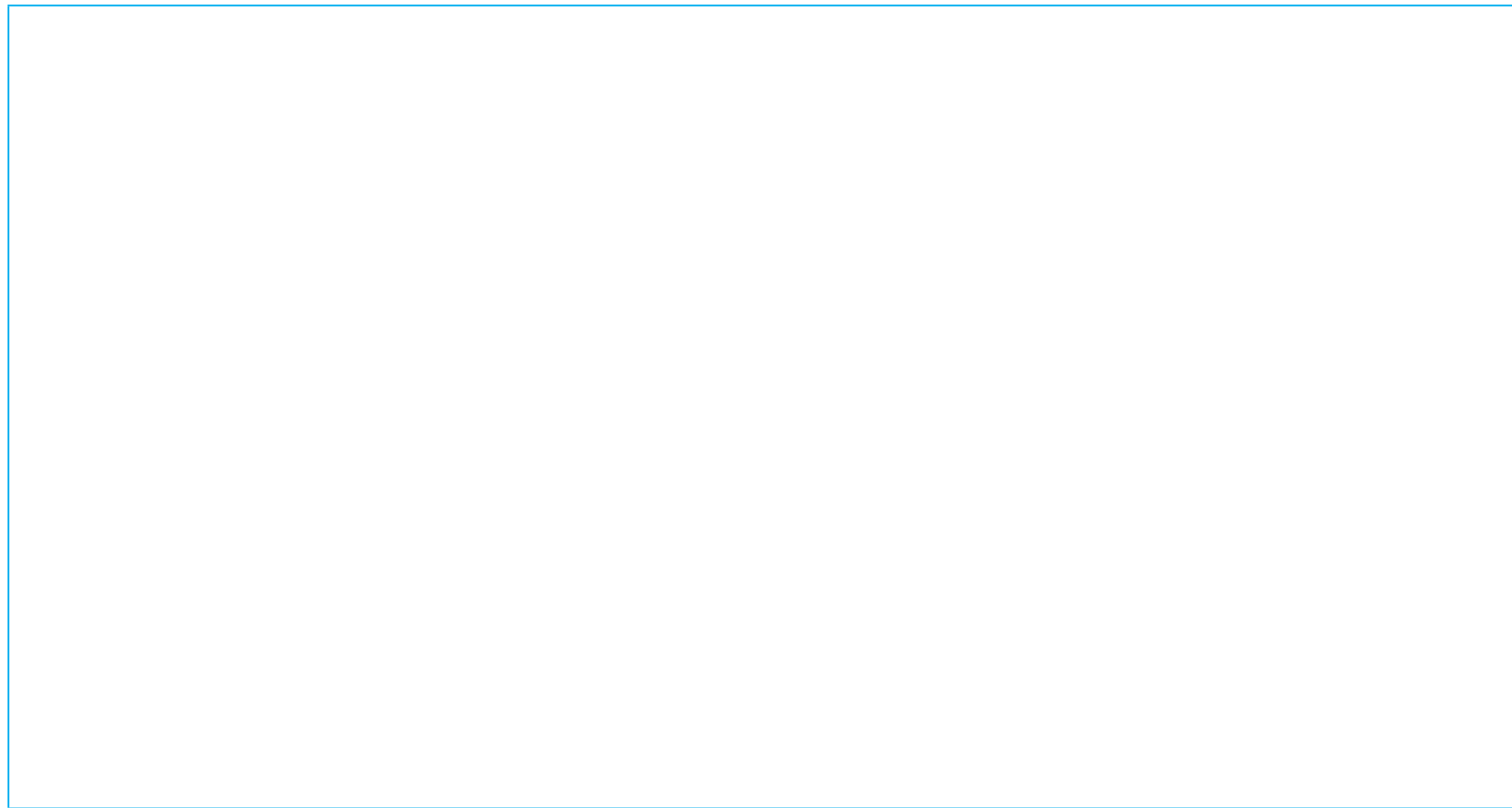
**運動量の保存**

質量  $m_1, m_2$  の 2 つの物質が, 力  $F_{12}, F_{21}$  を及ぼしあっているとする. 他のものは力を及ぼしていない (外力はない).

このとき,  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2$  は一定. ... **運動量の保存**

なぜなら,





また, **重心ベクトル**  $\frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$  は等速直線運動する. なぜなら

(14)

1.5 きょうの quiz

1. 物理数学 I への感想, 物理数学 II への希望, きょうの授業に対する感想 (早すぎた, 遅すぎた, まだ習っていないことを習っているかのように扱っている, 他の授業と記号が違う, プロジェクター/黒板が見にくい, など) を何でも書いてください.
2. 最初に静止していた質量  $10\text{kg}$  の物体に, 大きさと向きのある一定の力を  $1$  分間加え続けたところ, 速度が  $0.6\text{m/s}$  となった. この力の大きさを求めよ.
3. 質量  $2\text{ kg}$  の物体を, 大きさ  $2\text{ N}$  の力で一方向に押すとき, 物体の加速度はどれだけか. 同じ力で押し続けたとき,  $10$  秒後の速さと,  $10$  秒間に進んだ距離を求めよ.
4. 質量  $m[\text{kg}]$  の物体が,  $x(t) = e^{\cos t + \sin t}[\text{m}]$ ,  $y(t) = 0$ ,  $z(t) = 0$  の運動をしている. 時刻  $t$  にこの物体に働いている力  $\vec{F}$   $[\text{N}]$  を求めよ.