樋口さぶろお[a] 更新 Time-stamp: "2004/01/21 Wed 17:54 hig"

12.4 前回の quiz の略解

quiz 略解 22

$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}(x) = -\sin(x) = 0$ となるのは, $x = n\pi$ (n は整数). これらが平衡点. $k = \frac{\mathrm{d}^2U}{\mathrm{d}x^2}(n\pi) = -\cos(n\pi) = (-1)^{n+1}$. なので, $x = n\pi$ (n は偶数) が不安定な平衡点. $x = n\pi$ (n は奇数) が安定な平衡点. $x = n\pi$ (n は奇数) の近くでは, 位置エネルギー $U(x)$ と力 $F(x)$ は,

$$U(x) = -1 + \tfrac{1}{2}(x - n\pi)^2 + \cdots . F(x) = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}(x) = -(x - n\pi) + \cdots .$$

http://hig3.net/(講義のページもここから) mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp

よって運動方程式は, $x = n\pi$ (n **は奇数**) **の近くで**

$$m\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}(t) = -(x(t) - n\pi). \tag{303}$$

ここで, $X(t) = x(t) - n\pi$ **とおくと**, $\frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}t^2}(t) = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}(t)$ **より**,

$$m\frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}t^2}(t) = -X(t). \tag{304}$$

$X(t) = \mathrm{e}^{\lambda t}$ **とおくと**, (**中略**) $\lambda = \pm\sqrt{1/m}i$. **よって**, **解は**,

$$\begin{aligned} X(t) =& C_1\mathrm{e}^{+\sqrt{1/m}\cdot it} + C_1\mathrm{e}^{-\sqrt{1/m}\cdot it} \\ x(t) =& C_1\mathrm{e}^{+\sqrt{1/m}\cdot it} + C_1\mathrm{e}^{-\sqrt{1/m}\cdot it} + n\pi \end{aligned}$$

$\mathrm{e}^{i\omega t}$, **あるいは** $\sin\omega t, \cos\omega t$ **の周期は** $\frac{2\pi}{\omega}$ **であることから**, **この 微小振動の周期は**, $\frac{2\pi}{\sqrt{1/m}} = 2\pi\sqrt{3}$.

quiz 略解 23

$\omega = \sqrt{k/m}$ として,

$$x(t) = A\cos\omega t, \tag{305}$$

$$y(t) = 2A\sin\omega t \tag{306}$$

となる. t を消去すると,

$$x^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = A^2$$

より, 楕円.

13. ファイナルトライアル

出題範囲は, 原則的には物理数学☆演習 II 全体です.

が, 主な範囲は冬のプチテスト以降です. ただし, その範囲を解くにも, (物理数学☆演習 I を含め) それ以前の知識は必要でしょう.

また, この主な範囲とは別に,

- 変数分離型微分方程式
- 2 階微分方程式 $a\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}(t)+b\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}(t)+cx(t)=0$
- 単振動, 減衰振動, 過減衰

は再度出題します.