

秋のプチテスト参加案内

1. 3問45分です. 片面です

2. 出席チェックのときに学生証を見せてね.
3. 過程も答えよう. 最終的な答えが正しいことがわかるような過程を記そう.
4. 問題文に現れない記号を使うときは, 定義を記そう.

1

鉛直上向きに z 軸の正の向きをとる. 地面を $z = 0$ とする. 質量 m の物体が, 速さに比例する空気抵抗の力 (比例定数 $k > 0$) と重力 (重力加速度の大きさ g) だけを受けて運動する. 時刻 $t = 3$ に, 速さ $v_0 = 4$ で, 物体を高さ $h = 10$ の塔の上から, 鉛直下向きに投げ落した.

1. 運動方程式を書こう.
2. 初期条件を書こう.

2

次の微分方程式を変数分離法で解こう. 与えられた初期条件から積分定数を定めよう.

1. $\frac{dx}{dt}(t) = 2x(t), \quad x(0) = -6.$
2. $\frac{dx}{dt}(t) + 4x(t) - 1 = 0, \quad x(0) = -5.$
3. $\frac{dx}{dt}(t) = \frac{t^3+2}{x(t)}, \quad x(0) = 2.$
4. $\frac{dx}{dt}(t) = -x(t)^2 \times \cos t, \quad x(0) = \frac{1}{2}.$

3

質量 $m = \frac{1}{2}$ の物体が, x 軸上を力 $F(t) = -2\frac{dx}{dt}(t)$ を受けて運動している. またこの物体の運動は, $x(0) = 1, \frac{dx}{dt}(0) = -2$ を満たす. 物体の運動 $x(t)$ を求めよう.

4 アンケート

アンケートにご協力ください. 成績とは無関係です.

1. 一通り解き終わるのにかかった時間を教えてください (分単位で).
2. 該当するものを選んでください. (a) だいたい予想していた問題が出題された (b) どちらともいえない (c) 予想外の問題が出題された
3. 次のうち, (部分的でも) 行った試験準備をすべて挙げてください. (a) ノートを読み直してみる (b) 昨年度 (以前) の秋のプチテストを解いてみる (c) quiz を解き直してみる (d) 演習問題を解き直してみる (e) 指定された教科書の問題を解いてみる
4. その他なんでも秋のプチテストについての感想/苦情/質問.

¹Copyright ©2006 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

物理数学 演習 II 秋のプチテスト略解

樋口さぶろお²

1

1.

$$m \frac{d^2 z}{dt^2}(t) = -mg - k \frac{dz}{dt}(t).$$

2.

$$\frac{dz}{dt}(3) = -4, \quad z(3) = 10.$$

Remark 鉛直下向きに投げ落したということは、 z 軸の正の向きと逆なわけで、速度に関する初期条件は、 $\frac{dz}{dt}(3) = -4 < 0$ となります。 $v_0 = 4$ は速さなので、いつでも正なので、符号のつけ方の参考にはなりません。

問題には、 t に依存する量は z しか定義されていないのだから、位置速度加速度は $z(t)$, $\frac{dz}{dt}(t)$, $\frac{d^2 z}{dt^2}(t)$ と表そう。(この問題では要らないと思うが、速度として $v(t)$ を使いたくなったら、 $v(t) = \frac{dz}{dt}(t)$ とおく、などと書こう。)

2

1. $x(t) = -6e^{2t}$.

2. $\int \frac{1}{x-\frac{1}{4}} dx = -4 \int dt$ より、 $x(t) = -\frac{21}{4}e^{-4t} + \frac{1}{4}$.

3.

$$\int x r dx = \int (t^3 + 2) dt$$

$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{4}t^4 + 2t + C$$

$$x(t) = \pm \left(\frac{1}{2}t^4 + 4t + 2C\right)^{1/2}$$

初期条件 $x(0) = 2$ より、 $C = 2$ であり、符号は $+$ が選ばれ、 $x(t) = +\left(\frac{1}{2}t^4 + 4t + 4\right)^{1/2}$.

4. $-\int \frac{1}{x^2} dx = \int \cos t dt$ より、 $x(t) = (2 + \sin t)^{-1}$.

Remark 両辺の $1/2$ 乗をとるときは \pm がでてくる可能性がある。また、 $A = B + C$ のとき、 $\frac{1}{A} = \frac{1}{B} + \frac{1}{C}$ ではない。 $2 = 1 + 1$ で考えてみて。

3

運動方程式は

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 x}{dt^2}(t) = -2 \frac{dx}{dt}(t).$$

$y(t) = \frac{dx}{dt}(t)$ とおくと、

$$\frac{dy}{dt}(t) = -4y(t)$$

変数分離型として解くと、

$$\int \frac{1}{y} dy = -4 \int dt$$

$$\log |y| = -4t + C \quad C \text{ は積分定数}$$

$$y(t) = C'e^{-4t}.$$

ここで、

$$\frac{dx}{dt}(t) = C'e^{-4t}$$

を変数分離型として解くと、

$$x(t) = C''e^{-4t} + D$$

初期条件より C'', D を定めて

$$x(t) = \frac{1}{2}(e^{-4t} + 1)$$

²Copyright ©2005,2006 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

秋のプチテストのスコアは e-learning サイト <https://f5lms.media.ryukoku.ac.jp> でお知らせします。スコアが入力された際には、メールアドレス t060nnnx@mail.ryukoku-u.ac.jp に通知されます。



<http://hig3.net>