

物理数学 演習 II

樋口さぶろお¹ 配布: 2006-10-25 Wed 更新: Time-stamp: "2006-10-27 Fri 19:32 JST hig"

4 運動方程式と色々な空気抵抗と終端速度

4.1 お奨め問題

1. z 軸の正の向きを鉛直下向きにとる. 質量 m の物体が重力 (重力加速度の大きさ g) と空気抵抗の力を受けて z 軸上を運動する. 空気抵抗の力の大きさが速さの 3 乗に比例する場合について (比例定数 $\beta_3 > 0$), 運動方程式を書き, 終端速度 $v_{3\infty}$ を安易な方法で求めよう.
2. 同様に 4 乗に比例する場合 (比例定数 $\beta_4 > 0$) について $v_{4\infty}$ を求めよう.

4.2 速さの 3 乗に比例する空気抵抗の力

質量 m の物体が空気抵抗の力だけを受けて x 軸上を運動する (重力は受けない). 空気抵抗の力の大きさは速さの 3 乗に比例する (比例定数を $\beta > 0$) 物体の運動を運動方程式を解いて求めよう (積分定数は決定しなくてよい).

4.3 変数分離型微分方程式 - 部分分数分解

次の微分方程式を初期条件のもとで解こう.

$$\frac{dx}{dt}(t) = (1 - x(t))(2 - x(t)), \quad x(0) = 0$$

4.4 終端速度の安易な求め方

鉛直上向きに z 軸の正の向きをとる. 質量 m の物体が重力 (重力加速度の大きさ g) と空気抵抗の力を受けて運動する. 空気抵抗の力の大きさが次のように与えられるとき, 物体の終端速度を安易な方法で求めよう.

1. 空気抵抗の力の大きさが, 速さ v を用いて $4Av + v^2$ と書けるとき ($A > 0$ は定数).
2. 空気抵抗の力の大きさが, 速さ v を用いて $A(e^{B \cdot v} - 1)$ と書けるとき ($A, B > 0$ は定数).

¹Copyright ©2006 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

4.5 チャレンジ問題:3次元の終端速度

鉛直上向きに z 軸, 水平方向に x 軸をとり, 重力 (重力加速度の大きさ g) と空気抵抗の力のもとでの放物運動を考える. 空気抵抗の力は, 向きは速度と逆向き, 大きさは速度の n 乗に比例する (比例定数 β). つまり,

$$\mathbf{F}(t) = -\beta \times \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt}(t) \right|^n \cdot \frac{\frac{d\mathbf{r}}{dt}(t)}{\left| \frac{d\mathbf{r}}{dt}(t) \right|}.$$

このとき, 終端速度 $\mathbf{v}_\infty = (v_x, v_z)$ を求めよう.

教科書のお奨め問題

十和出 p.96 問題 4.5



<http://hig3.net>