

確率統計☆演習 I プチテスト

樋口さぶろお¹ 配布: 2015-11-13 Fri 更新: Time-stamp: "2015-12-16 Wed 12:53 JST hig"

プチテスト参加案内

1. 指定された用紙に解答しよう.
2. 過程も答えよう. 最終的な答えが正しいことがわかるような過程を記そう.
3. 問題文に現れない記号を使うときは, 定義を記そう.

1

離散型確率変数 X の確率分布は次で与えられる.

$$f_x = \begin{cases} \frac{1}{7} & (x = -3) \\ \frac{2}{7} & (x = 0) \\ \frac{4}{7} & (x = +1) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

1. 母平均値 $E[X]$ を求めよう.
2. 母期待値 $E[7X^2 + 1]$ を求めよう.
3. 母分散 $V[X]$ を求めよう.

2

離散型確率変数 X の確率分布は次で与えられる.

$$f_x = \begin{cases} \frac{4}{10} & (x = 1) \\ \frac{3}{10} & (x = 2) \\ \frac{2}{10} & (x = 3) \\ \frac{1}{10} & (x = 4) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

1. 母期待値 $E[\sin(\frac{\pi}{2}X)]$ を求めよう.
2. 確率 $P(X^3 + X - 11 < 0)$ を求めよう.

¹Copyright © 2016 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

3

連続型確率変数 X の確率密度関数は次で与えられる.

$$f(x) = \begin{cases} -18x & (-\frac{1}{3} \leq x < 0) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

1. 母期待値 $E[\frac{1}{X}]$ を求めよう.
2. 確率 $P(X^2 < \frac{1}{81})$ を求めよう.

4

連続型確率変数 X の確率密度関数は次で与えられる.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3\pi} & (-\pi \leq x < 2\pi) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

1. 母平均値 $E[X]$ を求めよう.
2. 母分散 $V[X]$ を求めよう.
3. 母期待値 $E[\sin X]$ を求めよう.

5

ある7人制ラグビーチームのメンバーの身長は以下のようなだった.

176cm, 177cm, 177cm, 178cm, 181cm, 183cm, 188cm

次の量を求めよう. いずれも単位をつけて答えよう.

1. 平均値
2. 分散
3. 標準偏差

6

次は, ペンギン6羽の, 身長 x と体重 y のデータである.

$x(\text{cm})$	$y(\text{kg})$
20	2
26	4
30	2
30	4
36	4
38	8

平均値 $\bar{x} = 30\text{cm}$, $\bar{y} = 4\text{kg}$ である. 次の量を, 単位をつけて答えよう.

1. 共分散 C_{xy}
2. 相関係数 r

7

過程不要

ある2変量データ (x, y) について次のことがわかっている.

x の平均値 \bar{x}	49
y の平均値 \bar{y}	9
x の標準偏差 s_x	16
y の標準偏差 s_y	25
x, y の共分散 C_{xy}	4
(x, y) のデータの個数 n	36

このとき、回帰直線の式を、 x, y の式で書こう. 整理しなくてよい.

8

データ

84, 96, 88, 92, 90

を考える. 平均値は $\bar{x} = 90$, 分散 $s_x^2 = 16$ である.

1. 84 の標準得点を求めよう.
2. 92 の偏差値を求めよう.

9

過程不要

下の1変量データを考える.

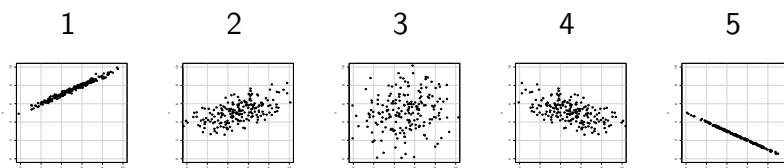
15, 18, 20, 20, 21, 21, 21, 25, 37

1. 中央値 Q_2 , 第1四分位点 Q_1 , 第3四分位点 Q_3 を求めよう.
2. (外れ値を考慮した) 箱ひげ図を描こう. 各位置の値を明示しよう.

10

過程不要

ある2変量データの相関係数が -0.5 である. この2変量データの散布図として最も適切なものの番号を答えよう. ただし, 縦軸は上, 横軸は右が正の向きである.



11

過程不要

あるクラスで行われたテストで、英語の平均点が40点、標準偏差が10点、また数学の平均点が60点、標準偏差が20点だった。

ある学生は、英語で50点、数学で70点をとった。この学生の、英語と数学のクラス内での相対評価について、次のうちからもっとも適当なものを1つ選ぼう。

1. 英語のほうが評価が高い。
2. 数学のほうが評価が高い。
3. どちらも同じ評価である
4. どちらが高い評価であるかを知るにはクラスの人数の情報が必要である
5. どちらが高い評価であるかを知るにはそれぞれのテストが何点満点か知る必要がある

12

過程不要

学力テストの偏差値について、次のうち正しいものを1つ選ぼう。

1. 偏差値の最低値は0である
2. 自分の点が平均点より下のとき、分散が大きいほうが自分の偏差値はより高い
3. 自分の点が平均点より上のとき、標準偏差が大きいほうが自分の偏差値はより高い
4. 100点のテストで満点を取った場合の偏差値は75である
5. 偏差値50の人の順位は上から1/2である

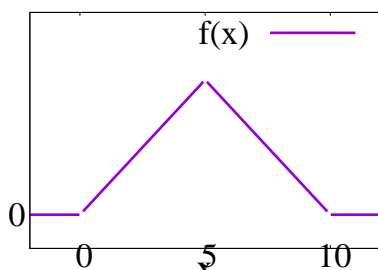
13

過程不要

確率変数 X は図の確率密度関数を持つ。

1. 母平均値はどれに一番近い?(選択肢は共通, 単位なし)
2. 母分散はどれに一番近い?(選択肢は共通, 単位なし)

- 0
- 1
- 5
- 10
- 25



確率統計☆演習 I プチテスト 略解

樋口さぶろお² 配布: 2015-11-13 Fri 更新: Time-stamp: "2015-12-16 Wed 12:53 JST hig"

これは、一部の過程のみ記した略解です。プチテストで、受講者はすべての過程を記す必要があります。

配点 1-9:各 10 点,10-12:各 2 点,13:4 点, 計 100 点.

1

1. $E[X] = \frac{1}{7}(-3) + \frac{4}{7}(+1) = \frac{1}{7}$
2. $E[X^2] = \frac{1}{7}(-3)^2 + \frac{4}{7}(+1)^2 = \frac{13}{7}$. $E[7X^2 + 1] = 7E[X^2] + 1 = 14$.
3. $V[X] = E[X^2] - (E[X])^2 = \frac{90}{49}$.

配点 1:3 点, 2:3 点, 3:4 点, 計 10 点.

2

1. $E[\sin \frac{\pi}{2} X] = \frac{4}{10} \sin(\frac{\pi}{2} \cdot 1) + \dots + \frac{1}{10} \sin(\frac{\pi}{2} \cdot 4) = \frac{1}{5}$.
2. $P(X^3 + X - 11 < 0) = E[\mathbf{1}_{[X^3+X-11<0]}(X)] = \frac{4}{10} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$.

n

配点 1:5 点, 2:5 点, 計 10 点.

3

1. $E[\frac{1}{X}] = \int_{-\frac{1}{3}}^0 -18x \cdot \frac{1}{x} dx = -6$.
2. $P(X^2 < \frac{1}{81}) = \int_{-\frac{1}{3}}^0 -18x \cdot \mathbf{1}_{[-\frac{1}{9} < X < +\frac{1}{9}]}(x) dx = \int_{-\frac{1}{9}}^0 -18x dx = \frac{1}{9}$.

配点 1:5 点, 2:5 点, 計 10 点.

講評 1 では、 $f(x) > 0$ となる領域では $1/x < 0$ なので、 $E[\frac{1}{X}] < 0$ となるはず。また X に $f(x)$ を代入する誤答が一定数ありましたがなぜ? X は x と同じようなものです。 $\phi(X) = \frac{1}{X}$.

2 は確率なので $0 < P < 1$ となるはず。負の答になったら怪しまないといけない。

²Copyright © 2016 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

4

$$1. E[X] = \int_{-\pi}^{2\pi} \frac{1}{3\pi} \cdot x \, dx = \frac{\pi}{2}.$$

$$2. E[X^2] = \int_{-\pi}^{2\pi} \frac{1}{3\pi} \cdot x^2 \, dx = \pi^2. \quad V[X] = E[X^2] - (E[X])^2 = \frac{3}{4}\pi^2.$$

$$3. E[\sin X] = \int_{-\pi}^{2\pi} \frac{1}{3\pi} \sin x \, dx = -\frac{2}{3\pi}.$$

配点 1:3点, 2:4点, 3:3点, 計10点. 各小問とも, 正しい定義が書いてあれば2点.

5

$$1. \frac{1}{6}[176 + \cdots + 188] = 180 \text{ (cm)}$$

$$2. \frac{1}{6}[(176 - 180)^2 + \cdots + (188 - 180)^2] = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$3. \sqrt{16\text{cm}^2} = 4\text{cm}.$$

配点 1:3点, 2:5点, 3:2点, 計10点. 各小問とも, 単位が間違えていけば-1点.

6

$$1. C_{xy} = \frac{1}{6}[(20 - 30)(2 - 4) + \cdots + (38 - 30)(8 - 4)] = \frac{26}{3}\text{cm} \cdot \text{kg}.$$

$$2. x \text{ の分散は } s_x^2 = 36\text{cm}^2, y \text{ の分散は } s_y^2 = 4\text{kg}^2. \text{ よって, } r = \frac{\frac{26}{3}\text{cm} \cdot \text{kg}}{\sqrt{36\text{cm}^2} \sqrt{4\text{kg}^2}} = \frac{13}{18}.$$

配点 1:5点, 2:5点, 計10点. 各小問とも, 単位が間違えていけば-2点. 正しい定義が書いてあれば2点以上.

7

$$y - 9 = \frac{4}{16 \cdot 25} \times \frac{25}{16}(x - 49) \text{ すなわち } y - 9 = \frac{1}{64}(x - 49).$$

配点 (\bar{x}, \bar{y}) を通っていれば5点, 傾きが正しければ5点, 計10点.

8

$$1. \text{標準得点 } z = (84 - 90)/4 = -1.5.$$

$$2. \text{偏差値 } t = (92 - 90)/4 \times 10 + 50 = 55.$$

配点 1:5点, 2:5点, 計10点.

9

1. $Q_2 = 21, Q_1 = 19, Q_3 = 23$.
2. 左ひげの端 15, 箱の左端 19, 縦線 21, 平均値の +22, 箱の右端 23, 右ひげの端 25, 外れ値の \circ 37.

配点 1:3 点, 2:7 点, 計 10 点.

10

4

配点 2 点

11

1

配点 2 点

12

2

配点 2 点

13

1. 重心の位置なので, 5.
2. 5.
定義 $V[X] = \int_{-5}^5 f(x) \cdot (x - 5)^2 dx$ から, $0^2 < V[X] < 5^2$ であることはわかる.
実際

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{25}(5 - |x|) & (|x| \leq 5) \\ 0 & (\text{他}) \end{cases}$$

に対して計算すると, $V[X] = \frac{25}{6} = 4.17$ となる. これは, 分布の幅が $\sqrt{25/6} = 2.04$ 程度であることと対応する.

配点 1:2 点, 2:2 点 (正解 5 は 2 点, 1,10 は 1 点), 計 4 点.

講評 13.1 は, いちばん正解してもらいたい問題. 他の問ができてこれができないって
どういうこと? 13.2 は迷った?