チーム [ ] 学籍番号 [ ] 氏名 [ ] ______/12

確率統計☆演習 ITrial L10

樋口さぶろお[1] 配布: 2016-12-08 Thu 更新: Time-stamp: "2016-12-07 Wed 19:59 JST hig"

1

過程不要

確率変数 Z は母平均値 0, 母分散 1^2 の標準正規分布 $\mathrm{N}(0, 1^2)$ にしたがう. Z の確率密度関数 $f_1(x)$ の式を書きグラフを描こう.

確率変数 X は母平均値 3, 母分散 2^2 の正規分布 $\mathrm{N}(3, 2^2)$ にしたがう. X の確率密度関数 $f_2(x)$ の式を書きグラフを描こう.

f_1, f_2 のグラフは, 横軸 x の 1 個の図に重ねて描こう.

hig@math.ryukoku.ac.jp, http://hig3.net(授業のページもここから), へや:1 号館 5 階 502

2

Z は標準正規分布 $\mathrm{N}(0, 1^2)$ に従う. $Z < 2$ となる確率を求めよう.
$I(d) = \int_0^d f(z)\,\mathrm{d}z$ ($d \geq 0$, f は標準正規分布の確率密度関数) を使った式と, 表から求めた小数値の両方で答えよう.

3

確率変数 X は母平均値 5, 母分散 9 の正規分布に従う. 確率 $P(4.07 < X < 8.36)$ を求めよう.
$I(d) = \int_0^d f(z)\,\mathrm{d}z$ ($d \geq 0$, f は標準正規分布の確率密度関数) を使った式と, 表から求めた小数値の両方で答えよう.

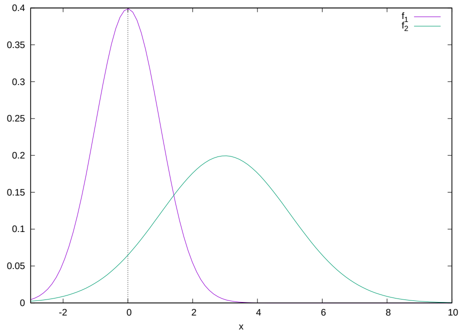
12 点満点. × N:NG ワード/アイデア, × P:過程なし, ×か:考え方の誤り, ×き:記号の誤り, ×け:計算ミス

略解

1

$\boxed{\text{過程不要}}$

$$
\begin{aligned}
f_1(x) =& \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}. \\
f_2(x) =& \frac{1}{\sqrt{2\pi 2^2}} \mathrm{e}^{-\frac{(x-3)^2}{2\cdot 2^2}}.
\end{aligned}
$$



2

標準正規分布の確率密度関数は偶関数 ($z=0$ に関して対称) なので,

$$
\begin{aligned}
P(Z<2) =& \int_{-\infty}^{2} f(x)\,\mathrm{d}z \\
=& \int_{-\infty}^{0} f(x)\,\mathrm{d}z + \int_{0}^{2} f(z)\,\mathrm{d}z \\
=& I(\infty) + I(2) = \tfrac{1}{2} + I(2) = 0.5 + 0.4772 = 0.9772
\end{aligned}
$$

上側確率 $Q(u)$ を使うと, $P(Z<2) = 1 - Q(2)$.

3

X は正規分布 $\mathrm{N}(5, 3^2)$ にしたがう.
$Z = \frac{X-5}{3}$ とすると, Z は標準正規分布 $\mathrm{N}(0, 1^2)$ にしたがう.
f が偶感数であることに注意して,

$$
\begin{aligned}
P(4.07 < X < 8.36) =& P(-0.31 < Z < 1.12) \\
=& \int_{-0.31}^{1.12} f(z)\,\mathrm{d}z \\
=& \int_{0}^{0.31} f(z)\,\mathrm{d}z + \int_{0}^{1.12} f(z)\,\mathrm{d}z \\
=& I(0.31) + I(1.12) = 0.1217 + 0.3686 = 0.4903
\end{aligned}
$$

上側確率 $Q(u)$ を使うと, $P(-0.31 < Z < 1.12) = 1 - P(Z > 0.31) - P(Z > 1.12) = 1 - Q(0.31) - Q(1.12)$.